

Università di Reggio Calabria
COMPITO DI GEOMETRIA (6 CFU) TRACCIA B
13 Gennaio 2015

Cognome.....Nome.....Matr.....

Gli esercizi vanno svolti con le dovute giustificazioni sul compito.

Esercizio 1 Dato il seguente sistema lineare :

$$\begin{cases} (-k-1)z = k+1 \\ y+z = 0 \\ (k^2+k)x + y - kz = 0 \end{cases}$$

- 1) Discutere il sistema al variare del parametro reale k (1,5 punti)
- 2) Trovare le eventuali soluzioni (1,5 punti)

Esercizio 2

Sia data l'applicazione lineare $f : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ così definita, rispetto alla base canonica C nel dominio e nel codominio

$$f(x, y, z) = (x + 2y + z, 2y, x - 2y + z)$$

- a) Stabilire se l'endomorfismo é semplice (1 punto)
- b) Determinare autospazi e una base di autovettori (0,5 punti)
- c) Calcolare $\dim \text{Ker } f$, $\dim \text{Im } f$, una base di $\text{Ker } f$, una base di $\text{Im } f$ (1 punto)
- d) Determinare, se possibile, una matrice diagonale simile ad $M^{C,C}(f)$ ed una matrice P che diagonalizza $M^{C,C}(f)$ (0,5 punti)
- e) Determinare la matrice associata all'applicazione lineare rispetto alle basi $E = ((1, 0, -1), (0, -2, 0), (2, 0, 9))$ nel dominio ed $F = ((0, 1, 0), (4, 3, 0), (-2, 0, 3))$ nel codominio (1 punto).

Esercizio 3 Fissato nel piano un sistema di coordinate cartesiane ortogonali $\{O; x, y\}$, discutere al variare di α , il fascio di coniche $y^2 - 10\alpha xy - 12\alpha x - 7 = 0$ (1 punto)

Esercizio 4 Calcolare il prodotto vettoriale $\underline{v} \wedge \underline{w}$, il prodotto scalare $\underline{v} \cdot \underline{w}$ e il prodotto misto $\underline{z} \cdot \underline{v} \wedge \underline{w}$, dove $\underline{z} = (1, -4, 0)$, $\underline{v} = (-1, 3, 9)$ e $\underline{w} = (3, -1, 1)$. (1 punto).

Esercizio 5 Fissato nello spazio un sistema di coordinate cartesiane ortogonali $\{O; x, y, z\}$ provare che i tre punti $A(1, 3, -1)$, $B = (0, 1, -2)$, $C = (0, 0, -5)$ non sono allineati (0,5 punti)

Esercizio 6 Data la retta di equazione in forma cartesiana $2x - y + 7 = 0$, scriverne l'equazione in forma parametrica (0,5 punti)