

Università di Reggio Calabria
COMPITO DI GEOMETRIA (6 CFU) TRACCIA A
27 Gennaio 2015

Cognome.....Nome.....Matr.....

Gli esercizi vanno svolti con le dovute giustificazioni sul compito.

Esercizio 1 Dato il seguente sistema lineare :

$$\begin{cases} x + y = 0 \\ x + ky + kz = k - 1 \end{cases}$$

- 1) Discutere il sistema al variare del parametro reale k (1,5 punti)
- 2) Trovare le eventuali soluzioni (1,5 punti)

Esercizio 2

Sia data l'applicazione lineare $f : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ così definita, rispetto alla base canonica C nel dominio e nel codominio

$$f(x, y, z) = (x + z, y + z, x + y)$$

- a) Stabilire se l'endomorfismo é semplice (1 punto)
- b) Determinare autospazi e una base di autovettori (0,5 punti)
- c) Calcolare $\dim \text{Ker} f$, $\dim \text{Im} f$, una base di $\text{Ker} f$, una base di $\text{Im} f$ (1 punto)
- d) Determinare, se possibile, una matrice diagonale simile ad $M^{C,C}(f)$ ed una matrice P che diagonalizza $M^{C,C}(f)$ (0,5 punti)
- e) Determinare la matrice associata all'applicazione lineare rispetto alle basi $E = ((1, -1, 0), (0, 4, 1), (2, 0, 0))$ nel dominio ed $F = ((0, -2, 0), (0, 5, 1), (-2, 0, 3))$ nel codominio (1 punto).

Esercizio 3 Fissato nel piano un sistema di coordinate cartesiane ortogonali $\{O; x, y\}$, classificare la seguente conica $x^2 - y^2 - 4xy - 6x - 4 = 0$ (1 punto)

Esercizio 4 Calcolare il prodotto vettoriale $v \wedge w$, il prodotto scalare $v \cdot w$, dove $v = (1, -1, 0)$ e $w = (4, 1, 7)$. (1 punto).

Esercizio 5 Scrivere il vettore \underline{w} proiezione ortogonale del vettore $\underline{v} = (5, 4, -1)$ sulla retta di

equazione
$$\begin{cases} x = t \\ y = 1 - t \\ z = 3 - 2t \end{cases} \quad (0, 5 \text{ punti})$$

Esercizio 6 Data la retta di equazione in forma parametrica
$$\begin{cases} x = t + 2 \\ y = 1 - 2t \\ z = 3 - 2t \end{cases},$$
 scriverne l'equazione in forma cartesiana (0,5 punti)