

**Ingegneria dell'Informazione**  
**Compito di Calcolo delle Probabilità**  
**7 Febbraio 2014**

**Durata della prova: 2 ore e trenta minuti**

**QUESITO TEORICO**

Enunciare il Teorema del limite centrale. Presentare la variabile aleatoria gaussiana, calcolarne valor medio e varianza e descrivere il legame con la variabile aleatoria gaussiana standardizzata.

**Esercizio 1**

Sia  $X$  la variabile casuale che può assumere i valori  $0, 1, 2, 3, 4, 5$  e siano

$$P(X=1)=0.45; P(X=2)= 0.24, P(X=3)=0.12, P(X=4)=0.09, P(X=5)=0.05.$$

- a) Calcolare  $P(X=0)$ .
- b) Calcolare  $P(X \geq 2)$ .
- c) Calcolare valor medio e varianza di  $X$ .

**Esercizio 2**

Un traghetto effettua trasporto passeggeri tra l'isola di Capri e l'isola di Ischia. Con mare calmo la probabilità di un ritardo superiore a 20 minuti è pari al 5%, mentre se il mare è mosso la probabilità di ritardare più di 20 minuti sale al 20%. La probabilità che il mare sia mosso è pari a 0.25.

- a) Qual è la probabilità di ritardare più di 20 minuti?
- b) Se si è osservato un ritardo superiore ai 20 minuti, qual è la probabilità di mare mosso?

**Esercizio 3**

Si consideri la funzione

$$f(x, y) = \begin{cases} c \left( \frac{1}{x^2} + y \right) & \text{se } 1 \leq x \leq 3, 0 \leq y \leq 2 \\ 0 & \text{altrimenti.} \end{cases}$$

- a) determinare  $c$  affinché  $f(x, y)$  risulti una densità di probabilità;  
Con il valore di  $c$  determinato al punto a), siano  $X$  e  $Y$  due variabili aleatorie con densità di probabilità congiunta  $f(x, y)$ .
- b) Calcolare le densità di probabilità marginali  $f_X(x)$  e  $f_Y(y)$  delle variabili aleatorie  $X$  e  $Y$ .
- c)  $X$  e  $Y$  sono indipendenti?
- d) Calcolare la probabilità  $P(X \leq 2)$ .