

**Ingegneria dell'Informazione**  
**Compito di Calcolo delle Probabilità**  
**12 Luglio 2013**

**Durata della prova: 2 ore e trenta minuti**  
**QUESITO TEORICO**

1. Enunciare il Teorema del limite centrale. Presentare la variabile aleatoria gaussiana, calcolarne il valore medio e la varianza e descrivere il legame con la variabile aleatoria gaussiana standardizzata.

**Esercizio 1**

Sia  $X$  una variabile casuale assolutamente continua con densità di probabilità

$$f(x) = \begin{cases} \frac{c}{x^4} & \text{se } x > 1 \\ 0 & \text{altrimenti.} \end{cases}$$

- a) determinare  $c$  affinché  $f$  risulti una densità di probabilità;
- b) determinare il valore medio e la varianza della variabile casuale  $X$ ;
- c) calcolare la  $P(1.5 < X < 2)$ .

**Esercizio 2**

Un'urna contiene 48 palline di cui 16 nere e le altre bianche. Si estrae a caso una pallina dall'urna. Se la pallina estratta è nera, la si rimette nell'urna, se è bianca non la si rimette. Supponiamo di eseguire una seconda estrazione.

1. Determinare la probabilità che la seconda pallina estratta sia nera, sapendo che la prima pallina estratta è bianca.
2. Calcolare la probabilità che la seconda pallina estratta sia bianca.
3. Supponendo che la seconda pallina estratta sia bianca, calcolare la probabilità che anche la prima estratta fosse bianca.

**Esercizio 3**

Sia  $X$  una variabile aleatoria con la seguente densità discreta:

$$P(X=-2) = P(X=2) = P(X=-1) = P(X=1) = 1/4.$$

Sia  $Y = X^2$ . Con riferimento alla variabile aleatoria doppia  $(X, Y)$

- (a) Determinare la densità di probabilità congiunta;
- (b) Determinare le densità di probabilità marginali;
- (c) Determinare la covarianza di  $X$  e  $Y$ ;
- (d)  $X$  e  $Y$  sono indipendenti?