

CAPITOLO III

MODELLAZIONE DELLE LINEE ELETTRICHE

L'analisi dei sistemi elettrici richiede la messa a punto di modelli matematici per ognuno dei componenti del sistema; tali modelli possono essere ricavati per simulare il comportamento del sistema sia in condizioni normali (di regime permanente) che in presenza di anomalie o di guasti di vario tipo. I modelli matematici ricavati per le normali condizioni di funzionamento servono per il dimensionamento dei componenti primari del sistema (sostanzialmente le linee elettriche che costituiscono le reti di distribuzione dell'energia ai carichi). I modelli ricavati per il funzionamento in condizione di guasto servono, invece, per il corretto dimensionamento di quegli apparati aggiuntivi che sono destinati alla protezione dei componenti primari e/o alla protezione delle persone contro il rischio elettrico.

La messa a punto dei circuiti equivalenti delle linee elettriche si presenta tutt'altro che semplice.

Allo studio finalizzato alla determinazione dei vari circuiti equivalenti di una linea è, infatti, necessario premettere la conoscenza dei fenomeni fisici di natura elettrica e magnetica che si accompagnano al funzionamento della stessa.

Solo per questa via, sarà possibile associare all'unità di lunghezza di un conduttore di una linea quattro parametri elettrici (resistenza, induttanza, capacità e conduttanza), indicati nella letteratura specialistica come “costanti primarie” delle linee elettriche. Tali parametri, opportunamente calcolati, sono appunto alla base dei circuiti equivalenti che possono essere impiegati per rappresentare una linea nelle varie condizioni di funzionamento in cui essa si può trovare.

Il presente capitolo si occupa della rappresentazione delle linee elettriche nelle condizioni di regime permanente (normale funzionamento); per semplicità di esposizione, si farà riferimento dapprima a linee con conduttori nudi e, poi, a linee in cavo.

Saranno imposte, quando necessario, le seguenti ipotesi esemplificative:

- conduttori cilindrici, rettilinei, indefiniti, paralleli tra loro ed al terreno;
- terreno piano, infinitamente esteso, omogeneo, di resistività costante e con permeabilità magnetica e costante dielettrica relativa pari a 1.

1. Le costanti primarie delle linee elettriche con conduttori nudi

1.1 Induttanza

Le correnti che percorrono i conduttori di una linea elettrica sostengono un campo magnetico le cui linee di forza si concatenano con i circuiti formati dagli stessi conduttori; il flusso concatenato che ne risulta, essendo variabile nel tempo perché variabile nel tempo (con legge sinusoidale) è la corrente che circola nei conduttori, è responsabile di forze elettromotrici (f.e.m.) indotte su questi ultimi.

Poiché tali f.e.m., come ben noto dall'Elettrotecnica, si oppongono alla causa che le ha generate, esse equivalgono a cadute di tensione lungo le linee.

Per modellare l'insorgenza sulle linee di tali cadute di tensione, in modo da poterle contenere entro limiti accettabili, è necessario effettuare lo studio del campo magnetico nello spazio circostante una linea nelle normali condizioni di funzionamento. Così operando, sarà possibile, conclusivamente, attribuire all'unità di lunghezza della linea un opportuno coefficiente di induzione che, nota la corrente circolante nella linea, è in grado di stimare l'entità della caduta di tensione sulla stessa.

Quando (spessissimo) la linea elettrica è multipolare, si palesano fenomeni sia di auto induzione che di mutua induzione; per le importanti semplificazioni che ne derivano, anche in queste condizioni è conveniente riuscire a definire e calcolare un unico coefficiente fittizio di autoinduzione da attribuire ad ogni singolo conduttore delle linee. Tale coefficiente di autoinduzione, anche detto "induttanza apparente", permette – formalmente - di disaccoppiare dal punto di vista magnetico il funzionamento dei diversi conduttori di una linea cosicchè le vicissitudini di ciascuno di essi dipendano dalla sola corrente che lo percorre e non anche dalle correnti che interessano gli altri conduttori, così come è nella realtà fisica.

Nel seguito viene affrontato il problema del calcolo di tale parametro per alcuni dei principali tipi di linea trifase che si incontrano nei sistemi elettrici per l'energia; a tale calcolo viene premesso il calcolo dell'induttanza apparente di una linea monofase, solo perchè la conoscenza del procedimento seguito per il calcolo di tale grandezza è indispensabile per il successivo calcolo delle induttanze apparenti delle linee trifase (certamente più diffuse ed importanti di quelle monofase).

Induttanza apparente di una linea monofase

Il calcolo dell'induttanza apparente, L_{am} , di una linea monofase si può condurre a partire dalla conoscenza del coefficiente di autoinduzione L di una spira percorsa da una corrente, i .

Infatti, una linea monofase (fig.III.1) può essere assimilata ad una spira i cui lati siano i conduttori di andata e di ritorno della linea stessa; ovviamente risulta $i = i_1 = i_2$.

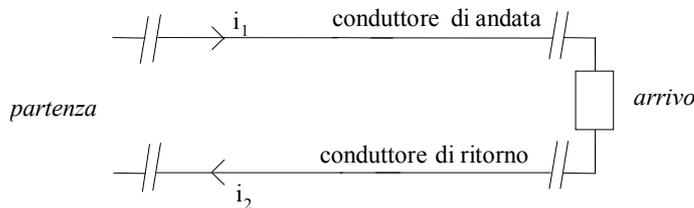


Fig. III.1 – Linea monofase

Come ben noto dall'Elettrotecnica, nello spazio circostante una spira percorsa da corrente è presente un campo magnetico e, di conseguenza, un campo di induzione magnetica.

Il flusso ϕ dell'induzione magnetica concatenato con la spira è variabile nel tempo come la corrente i che lo sostiene; quindi, esso induce nella spira una forza elettromotrice data da:

$$e_s = - \frac{d\phi}{dt} . \quad (\text{III.1})$$

Detta f.e.m., si oppone alla causa che l'ha generata e, come tale, equivale ad una caduta di tensione lungo la spira.

Poichè risulta:

$$\phi = L i , \quad (\text{III.2})$$

con L coefficiente di autoinduzione o induttanza della spira, tale f.e.m. è data da:

$$e_s = - \frac{d\phi}{dt} = - L \frac{di}{dt} . \quad (\text{III.3})$$

Il calcolo del coefficiente di autoinduzione L di una spira si può condurre a partire dalla relazione (III.2), e cioè come rapporto tra il flusso concatenato con la spira (da calcolarsi) e la corrente che la percorre (nota all'inizio dello studio). Il procedimento di calcolo del flusso concatenato è qui omesso per motivi di brevità e per esso si rimanda ad altri testi; di seguito è semplicemente fornita l'espressione finale del valore del coefficiente L di una spira di lunghezza unitaria:

$$L = \frac{\phi}{i} = 2 [4,6 \cdot 10^{-7} \log(D/r) + 0,5 \cdot 10^{-7}] \quad (\text{H/m}). \quad (\text{III.4})$$

Se si esprime l'induttanza L in (mH/km) si ottiene:

$$L = 2 [0,46 \log(D/r) + 0,05] \quad (\text{mH/km}). \quad (\text{III.5})$$

In entrambi le espressioni, D è la interdistanza tra i due conduttori di andata e di ritorno della spira ed r il raggio dei conduttori stessi.

La f.e.m. indotta per unità di lunghezza della spira sarà, pertanto, pari a:

$$e_s = - \frac{d\phi}{dt} = - L \frac{di}{dt} = - 2 [0,46 \log(D/r) + 0,05] \frac{di}{dt} . \quad (\text{III.6})$$

Poiché, per quanto detto all'inizio di questo paragrafo, una linea monofase (fig.III.1) può essere assimilata ad una spira i cui lati siano i conduttori di andata e di ritorno della linea stessa, la (III.6), ricordando che è $i = i_1 = i_2$, rappresenta anche la f.e.m. indotta per unità di lunghezza nella coppia di conduttori che costituiscono la linea

monofase, essendo i tratti trasversali di alimentazione e di carico di dimensioni trascurabili rispetto alle dimensioni longitudinali della linea.

Attribuendo, allora, ad ognuno dei due conduttori (di andata e di ritorno) della linea monofase, la metà della f.e.m. precedentemente calcolata, e cioè:

$$e_c = - [0,46 \log (D/r) + 0,05] \frac{di_1}{dt} = - [0,46 \log (D/r) + 0,05] \frac{di_2}{dt} \quad (\text{III.7})$$

è possibile, conseguentemente, associare a ciascuno dei due conduttori un coefficiente fittizio di autoinduzione per unità di lunghezza, L_{am} , pari a:

$$L_{am} = \frac{L}{2} = [0,46 \log(D/r) + 0,05] \quad (\text{mH/km}). \quad (\text{III.8})$$

L'induttanza L_{am} data dall'espressione (III.8) è, di fatto, l'induttanza apparente per unità di lunghezza di un conduttore di una linea monofase, in quanto porta in conto implicitamente, per come è stata calcolata, sia i fenomeni di "auto" (effetti sul conduttore 1 dovuti alla corrente i_1) che di "mutua induzione" (effetti sul conduttore 1 dovuti alla corrente i_2) cui è soggetto ciascuno dei due conduttori; utilizzando questo coefficiente è, quindi, possibile disaccoppiare, dal punto di vista magnetico, i due conduttori, di andata e di ritorno, di una linea monofase.

E' molto importante osservare che dalle relazioni precedenti risulta anche:

$$L_{am} = \frac{L}{2} = \frac{1}{2} \frac{\phi}{i} = \frac{\phi / 2}{i_1} = \frac{\phi_c}{i_1}, \quad (\text{III.9})$$

con:

$$\phi_c = [0,46 \log(D/r) + 0,05] i_1;$$

in pratica, cioè, l'induttanza apparente L_{am} di una linea monofase può essere calcolata introducendo, anche se in modo improprio, un "flusso concatenato con il singolo conduttore", di valore pari alla metà di quello che complessivamente si concatena con la spira equivalente alla linea monofase: grazie all'introduzione di tale flusso "fittizio", l'induttanza di servizio si può definire (e calcolare) come il coefficiente di proporzionalità tra il suddetto "flusso concatenato con il conduttore" e la corrente che circola nel conduttore stesso. Questa osservazione conclusiva è di grande interesse in quanto permette notevoli semplificazioni nel calcolo delle induttanze apparenti delle linee multipolari più complesse, che sarà oggetto di studio nei prossimi paragrafi.

Induttanze apparenti di una linea trifase con conduttori singoli

Si consideri inizialmente una linea elettrica genericamente costituita da n conduttori di uguale diametro, percorsi dalle correnti equiverse i_1, i_2, \dots, i_n , in presenza del terreno; sia per ipotesi:

$$\sum_{i=1}^n i_i = 0. \quad (\text{III.10})$$

Dalla (III.10), valida per esempio per le correnti trifase di una linea simmetrica ed equilibrata nelle condizioni di normale funzionamento, consegue che nessuna corrente interessa il terreno, la cui presenza non verrà, perciò, considerata nel seguito.

Si faccia riferimento ad un generico conduttore, ad esempio il conduttore s (fig.III.2). Tenendo presente la (III.10), tale conduttore risulta percorso dalla corrente:

$$i_s = -i_1 - i_2 - \dots - i_{(s-1)} - i_{(s+1)} - \dots - i_n. \quad (\text{III.11})$$

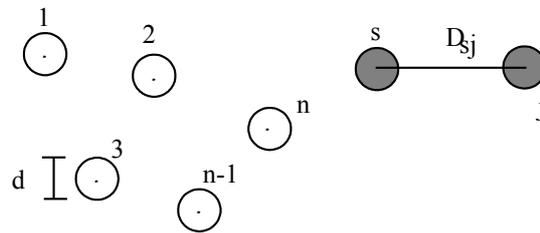


Fig. III.2 - Sistema di n conduttori percorsi da corrente

Il calcolo dell'induttanza apparente del conduttore s può essere condotto considerando, in luogo del sistema reale della fig.III.2, un sistema fittizio di $(n-1)$ linee monofase, ciascuna costituita dal conduttore s , sempre presente, e da uno degli altri $(n-1)$ conduttori. Il sistema fittizio così definito è del tutto equivalente al sistema reale se nelle $(n-1)$ singole linee monofase si fanno circolare, rispettivamente, le correnti i_1, i_2, \dots, i_n (e, di volta in volta, nel conduttore s le correnti $-i_1, -i_2, \dots, -i_n$); in questo modo, infatti, tutti i conduttori del sistema fittizio saranno percorsi dalle correnti che li interessano nel sistema reale, ivi compreso il conduttore s , come si può dedurre chiaramente dall'analisi della relazione (III.11).

Con la trasformazione precedentemente evidenziata si può calcolare il flusso totale "concatenato col conduttore s " come somma della metà dei flussi concatenati con le $(n-1)$ spire equivalenti alle linee monofase testè individuate; si ha cioè:

$$\phi_s = \phi_{s1} + \phi_{s2} + \dots + \phi_{s(s-1)} + \phi_{s(s+1)} + \dots + \phi_{sn} \quad (\text{III.12})$$

essendo il generico flusso ϕ_{sj} pari alla metà del flusso concatenato con la spira costituita dal conduttore s e dal conduttore j ; quest'ultimo è noto dallo studio del fenomeno nelle linee monofase ed in base alla (III.5) è dato da:

$$\phi_{sj} = [0,46 \log(D_{sj}/r) + 0,05] (-i_j). \quad (\text{III.13})$$

Tenendo conto delle (III.12) e (III.13), si ha:

$$\begin{aligned}
 \phi_s &= [0,46 \log\left(\frac{D_{s1}}{r}\right) + 0,05](-i_1) + \dots + [0,46 \log\left(\frac{D_{s(s-1)}}{r}\right) + 0,05](-i_{(s-1)}) + \\
 &+ [0,46 \log\left(\frac{D_{s(s+1)}}{r}\right) + 0,05](-i_{(s+1)}) + \dots + [0,46 \log\left(\frac{D_{s,n}}{r}\right) + 0,05](-i_n) = \\
 &= -0,05 \sum_{j=1, j \neq s}^n i_j - 0,46 \log\left(\frac{1}{r}\right) \sum_{j=1, j \neq s}^n i_j + 0,46 \log(D_{s1}) (-i_1) + \dots + \\
 &+ 0,46 \log(D_{s(s-1)}) (-i_{(s-1)}) + 0,46 \log(D_{s(s+1)}) (-i_{(s+1)}) + \dots + 0,46 \log(D_{sn})(-i_n) = \\
 &= [0,05 + 0,46 \log\left(\frac{1}{r}\right)] i_s + 0,46 \sum_{j=1, j \neq s}^n \log(D_{sj}) (-i_j) \quad . \quad (III.14)
 \end{aligned}$$

Dall'analisi della (III.14) si nota che, se non si introducono opportune particolarizzazioni, non è possibile esprimere il flusso totale concatenato con il conduttore s in funzione della sola corrente che lo percorre; non è, quindi, possibile ricavare l'induttanza apparente del conduttore s come nel caso della linea monofase e, quindi, disaccoppiare dal punto di vista magnetico il conduttore s dagli altri $n-1$ conduttori¹. Lo stesso discorso, ovviamente, si può ripetere per gli altri $(n-1)$ conduttori.

Una particolarizzazione, di importanza fondamentale per l'ovvio interesse che suscita, riguarda il caso in cui il sistema di conduttori della fig.III.2 è rappresentativo di una linea trifase ($n=3$) che funziona in condizioni di regime sinusoidale simmetrico di sequenza diretta (le correnti che percorrono i tre conduttori costituiscono una terna di sequenza diretta di vettori: $\bar{I}_1, \bar{I}_2 = \alpha^2 \bar{I}_1, \bar{I}_3 = \alpha \bar{I}_1$, essendo α un operatore complesso ben noto dallo studio dell'elettrotecnica); questo caso è di particolare interesse perchè è quello di normale funzionamento di una linea.

In questo caso, la (III.14), posto a titolo di esempio $s=1$, diventa:

¹ Dall'analisi della (III.14) si possono, invece, chiaramente individuare un coefficiente di autoinduzione in valore dato da $[0,05+0,46 \log(1/r)]$ e $(n-1)$ coefficienti di mutua induzione in valore dati da $-0,46 \log(D_{sj})$.

$$\begin{aligned}
 \bar{\phi}_1 &= [0,05 + 0,46 \log\left(\frac{1}{r}\right)] \bar{I}_1 + 0,46 \sum_{j=2}^3 \log(D_{1j}) (-\bar{I}_j) = \\
 &= [0,05 + 0,46 \log\left(\frac{1}{r}\right)] \bar{I}_1 - 0,46 \log(D_{12}) \alpha^2 \bar{I}_1 + \\
 &- 0,46 \log(D_{13}) \alpha \bar{I}_1 = [0,05 + 0,46 \log\left(\frac{1}{r}\right)] \bar{I}_1 + \tag{III.15} \\
 &- [0,46 \log(D_{12}) \alpha^2 + 0,46 \log(D_{13}) \alpha] \bar{I}_1 = \\
 &= \left[0,05 + 0,46 \log\left(\frac{1}{r}\right) - 0,46 \log(D_{12}) \alpha^2 - 0,46 \log(D_{13}) \alpha \right] \bar{I}_1 .
 \end{aligned}$$

Dall'analisi della (III.15) si nota che il coefficiente di proporzionalità tra il flusso totale concatenato con il conduttore 1 e la corrente che lo percorre:

$$\bar{\phi}_1 = \dot{L}_{a1} \bar{I}_1 \tag{III.16}$$

è un numero complesso \dot{L}_{a1} dato da:

$$\dot{L}_{a1} = L_{a1}^R + jL_{a1}^I = \left[0,05 + 0,46 \log\left(\frac{1}{r}\right) - 0,46 \log(D_{12}) \alpha^2 - 0,46 \log(D_{13}) \alpha \right] . \tag{III.17}$$

In modo analogo si può procedere con riferimento ai conduttori 2 e 3, definendo così i seguenti altri due numeri complessi:

$$\begin{aligned}
 \dot{L}_{a2} &= L_{a2}^R + jL_{a2}^I = \left[0,05 + 0,46 \log\left(\frac{1}{r}\right) - 0,46 \log(D_{23}) \alpha^2 - 0,46 \log(D_{21}) \alpha \right] \\
 \dot{L}_{a3} &= L_{a3}^R + jL_{a3}^I = \left[0,05 + 0,46 \log\left(\frac{1}{r}\right) - 0,46 \log(D_{31}) \alpha^2 - 0,46 \log(D_{32}) \alpha \right] . \tag{III.18}
 \end{aligned}$$

Le cadute di tensione nelle tre fasi saranno, quindi, date da:

$$\bar{E}_1 = -j\omega \dot{L}_{a1} \bar{I}_1$$

$$\bar{E}_2 = -j\omega \dot{L}_{a2} \bar{I}_2 \quad (\text{III.19})$$

$$\bar{E}_3 = -j\omega \dot{L}_{a3} \bar{I}_3 ;$$

nel caso più generale, cioè, le cadute di tensione non sono in quadratura con le rispettive correnti, come ci si poteva attendere stante la natura dei fenomeni in gioco.

Se si aggiunge l'ipotesi di di simmetria geometrica della linea (conduttori equidistanti reciprocamente tra di loro e tutti di uguale raggio, Fig. III.3), le relazioni (III.17), (III.18) e (III.19) si semplificano in:

$$L_{a1} = L_{a2} = L_{a3} = L_a = \left[0,05 + 0,46 \log\left(\frac{1}{r}\right) + 0,46 \log(D) \right] = 0,05 + 0,46 \log\left(\frac{D}{r}\right)$$

$$\bar{E}_1 = -j\omega L_a \bar{I}_1 \quad , \quad \bar{E}_2 = -j\omega L_a \bar{I}_2 \quad , \quad \bar{E}_3 = -j\omega L_a \bar{I}_3 . \quad (\text{III.20})$$

In questo caso particolare, i coefficienti di proporzionalità tra flusso e corrente sono numeri reali e, conseguentemente, le cadute di tensione (f.e.m. indotte) sono rigorosamente in quadratura con le rispettive correnti.

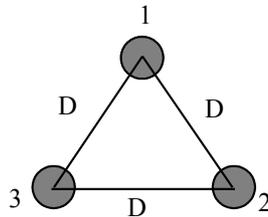


Fig.III.3 - Linea trifase in presenza di condizioni di simmetria geometrica

In ogni caso, anche in assenza di simmetria geometrica, cioè quando come già detto la caduta di tensione non è in quadratura con la corrente corrispondente, è possibile scomporre il vettore rappresentativo della f.e.m. indotta su un singolo conduttore della linea in due componenti: una in quadratura ed una in fase od in opposizione di fase con la corrente che circola nello stesso conduttore; nella fig.III.4, a titolo di esempio, si riporta il diagramma vettoriale relativo al conduttore 1.

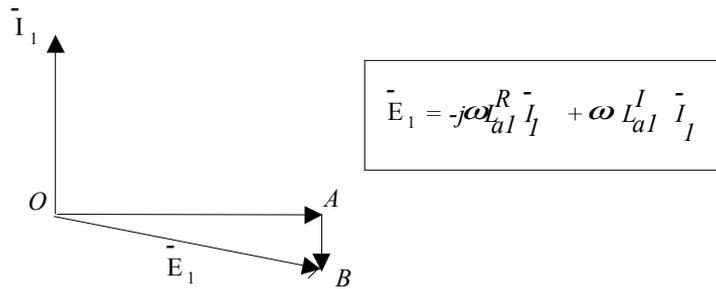


Fig. III.4 - Diagramma vettoriale relativo al conduttore 1, in assenza di simmetria geometrica ($D_{13} > D_{12}$)

La componente in fase (ma potrebbe anche essere in opposizione di fase), coincidente con il segmento AB nella fig.III.4, equivale ad una caduta di tensione, positiva o negativa, che si manifesta ai capi di una resistenza (che perciò anch'essa può risultare di valore positivo o negativo!).

La componente in quadratura (OA nella fig.III.4) equivale, invece, ad una caduta di tensione (f.e.m. indotta) che si manifesta ai capi di una induttanza.

Quando ricorre questa situazione, per semplicità si è soliti assumere che la caduta di tensione lungo la linea sia quella che si verifica ai capi dell'induttanza riconducibile alla sola componente della tensione in quadratura con la corrente, quindi, alla sola parte reale del numero complesso espresso dalla (III.17) o dalle (III.18), e cioè (per tutti i conduttori):

$$L_{a1} = L_{a1}^R = \left[0,05 + 0,46 \log\left(\frac{1}{r}\right) + \frac{0,46}{2} \log(D_{12}) + \frac{0,46}{2} \log(D_{13}) \right]$$

$$L_{a2} = L_{a2}^R = \left[0,05 + 0,46 \log\left(\frac{1}{r}\right) + \frac{0,46}{2} \log(D_{21}) + \frac{0,46}{2} \log(D_{23}) \right]$$

$$L_{a3} = L_{a3}^R = \left[0,05 + 0,46 \log\left(\frac{1}{r}\right) + \frac{0,46}{2} \log(D_{31}) + \frac{0,46}{2} \log(D_{32}) \right]$$

(mH/km). (III.21)

Il fenomeno precedentemente analizzato – e cioè che in assenza di simmetria geometrica le cadute di tensione nei tre conduttori sono differenti in modulo e non sono in quadratura con le rispettive correnti – prende il nome di fenomeno dell'induttanza obliqua ed i tre coefficienti di induzione definiti come sopra, sono ancora chiamati induttanza apparente della linea.

Dal punto di vista fisico, la presenza del fenomeno della induttanza obliqua è causa di dissimmetria nelle tensioni di una linea trifase: se, infatti, per semplicità di esposizione, si fa riferimento ad una linea alimentata da una terna di tensioni sinusoidali e simmetriche si ha che la presenza delle tre cadute di tensione differenti tra loro fa sì che le tre tensioni all'arrivo costituiscono una terna dissimmetrica. A tale fenomeno, invece,

non si accompagnano, per ovvi motivi, effetti dissipativi: la somma algebrica delle componenti in fase su tutti e tre i conduttori è, infatti, nulla; ha luogo, in pratica, un trasferimento di potenza da un conduttore all'altro, per accoppiamento magnetico, con il risultato che "apparentemente" in una (o due) fasi le perdite aumentano, mentre in due (o una) fase esse diminuiscono.

E' importante anche osservare, sempre con riferimento al caso di assenza di simmetria geometrica, che le tre induttanze apparenti date dalle (III.21) sono di valore differente tra loro, per cui le tre fasi, seppure disaccoppiate elettromagneticamente, si comportano in maniera differente. Per superare tale problema si è soliti introdurre il concetto di induttanza di servizio di una linea trifase, intesa come la media delle induttanze apparenti dei tre conduttori:

$$L_s = \frac{L_{a1} + L_{a2} + L_{a3}}{3} = 0,05 + 0,46 \ln \frac{D_m}{r} \quad (\text{mH/km}) \quad (\text{III.22})$$

con $D_m = \sqrt[3]{D_{12}D_{31}D_{23}}$.

L'induttanza di servizio permette di disaccoppiare elettromagneticamente le tre fasi attribuendo nel contempo a ciascuna di esse una induttanza, data dalla (III.22), che è la stessa per tutte e tre le fasi; tale parametro, e da ciò deriva la sua denominazione, caratterizza la linea trifase nelle condizioni di regime sinusoidale simmetrico di sequenza diretta in cui essa si trova normalmente a funzionare; è evidente che tale induttanza, per ovvi motivi, caratterizza la linea trifase anche nelle condizioni di regime sinusoidale simmetrico di sequenza inversa. La relazione (III.22) può essere impiegata anche in presenza di una o più funi di guardia; la loro presenza, ed in particolare la presenza delle f.e.m. in esse indotte da parte delle correnti circolanti nei conduttori di potenza, modifica, infatti, di poco il valore della induttanza di servizio.

Per evitare (o minimizzarne l'entità) le dissimmetrie nelle linee, che comporterebbero il fenomeno dell' induttanza obliqua, nella pratica si ricorre alla tecnica della "trasposizione" dei conduttori (fig.III.5): assumendo che i tre conduttori, lungo lo sviluppo dell'intera linea, occupino tutte le tre posizioni possibili, si ha che le tre forze elettromotrici complessivamente indotte su ciascuno di essi, come si potrebbe facilmente dimostrare anche dal punto di vista analitico, risulteranno di uguale modulo e sfasate di 120°; esse, quindi, non saranno causa di dissimmetria delle tensioni.

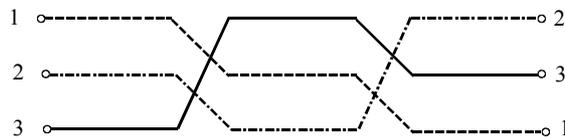


Fig. III.5 - Trasposizione dei conduttori di una linea aerea trifase

Tutto quanto detto in precedenza vale nel caso di assenza di simmetria geometrica; quando la simmetria geometrica è presente, le induttanze apparenti dei tre

conduttori sono uguali tra loro, in valore date dalla prima delle (III.21), ed uguali all'induttanza di servizio.

Tutte le relazioni ricavate in precedenza sono basate sull'ipotesi che il sistema di correnti che percorrono i conduttori soddisfi la condizione che impone che la somma delle correnti che interessano i conduttori sia pari a zero.

Sebbene non inerente il normale funzionamento elettrico di una linea, è interessante, per i motivi che saranno chiari nel seguito dei nostri studi, considerare anche il caso in cui tale condizione non è verificata; più in particolare, si faccia riferimento al caso di una linea trifase che sia percorsa da una terna di correnti sinusoidali tale che:

$$\begin{aligned}\bar{I}_1 = \bar{I}_2 = \bar{I}_3 = \bar{I}^0 \\ \bar{I}_1 + \bar{I}_2 + \bar{I}_3 = 3\bar{I}^0 ;\end{aligned}\tag{III.23}$$

la corrente risultante $3\bar{I}^0$ circolerà, per ovvi motivi, nel terreno (Fig.III.6), la cui presenza, in questo caso, deve essere necessariamente portata in conto.

Tale caso è di particolare interesse perchè le tre correnti date dalle (III.23) costituiscono una terna di correnti di sequenza omopolare; come si vedrà nel seguito, sistemi di corrente di questo tipo sono presenti nei sistemi elettrici in cui si verificano corto circuiti dissimmetrici che interessano il terreno.

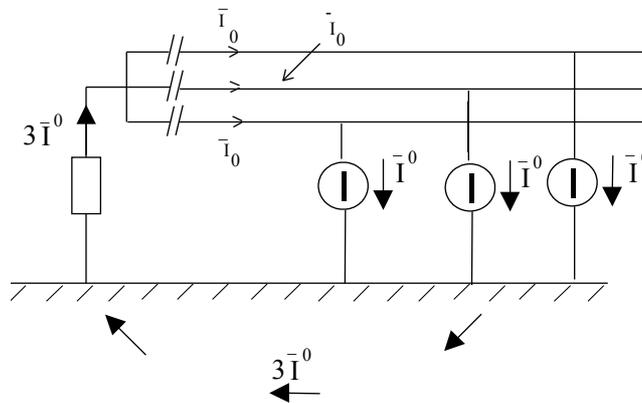


Fig. III.6 - Linea trifase in presenza di componenti omopolari di corrente

La distribuzione della corrente $3\bar{I}^0$ nel terreno dipende dalle caratteristiche sia della linea trifase che del terreno. Più in particolare, si è notato che il percorso della linea aerea (e, quindi, quello delle correnti che vi circolano) influenzano significativamente il percorso della corrente nel terreno, che tende, infatti, ad inseguire quello della linea.

Lo studio appena descritto viene semplificato notevolmente ipotizzando che la corrente nel terreno circoli in un immaginario conduttore (Fig.III.7), coincidente, trasversalmente, con il baricentro di tutti i punti in cui si distribuisce la corrente reale.

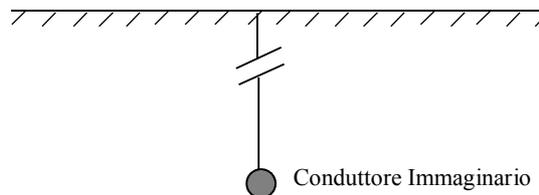
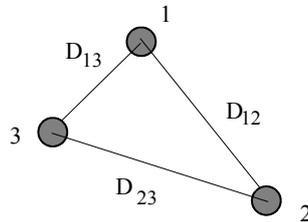


Fig. III.7 - Linea trifase e conduttore immaginario.

Circa la profondità nel terreno di detto conduttore immaginario, essa può essere calcolata a partire dalla conoscenza della distanza D_e tra il conduttore immaginario e i conduttori della linea con la seguente formula approssimata:

$$D_e = 658 \sqrt{\frac{\rho_t}{f}} \quad (\text{m}); \quad (\text{III.24})$$

se, ad esempio, si assume che sia (trattasi di dati molto vicini a quelli di linee trifasi reali in AT):

$$\rho_t = 100 \quad (\Omega \text{ m})$$

$$f = 50 \quad (\text{Hz})$$

si ha che risulta:

$$D_e = 930 \quad (\text{m}),$$

cioè il conduttore immaginario si trova nel terreno ad una profondità veramente notevole.

Il flusso totale "concatenato" col generico conduttore della linea, somma di quello relativo alle spire formate con gli altri due conduttori e di quello relativo alla spira, di dimensioni molto più grandi delle prime due, formata con il conduttore immaginario,

ha, pertanto, un termine predominante che è quello relativo al flusso connesso alla spira formata con il conduttore immaginario.

Il calcolo delle induttanze apparenti nel caso in esame non è semplice, e si omette per brevità di trattazione. E', però, possibile affermare che, in base a quanto evidenziato in precedenza, si ha che le induttanze apparenti nel caso in esame assumono valori di gran lunga superiori (circa 3-4 volte maggiori) a quelle date dalle (III.17) e (III.18).

E' interessante osservare, inoltre, che se sono presenti una o più funi di guardia, il ritorno della corrente risultante $3\bar{I}^0$ avviene in parte attraverso il terreno ed in parte attraverso le funi di guardia, che sono collegate al terreno per il tramite dei sostegni metallici e che, pertanto, si dispongono in parallelo allo stesso. Tanto minore è la resistenza delle funi di guardia tanto più la corrente $3\bar{I}^0$ tende a circolare in esse, riducendosi, pertanto, l'entità della corrente che interessa il terreno. Ne consegue che, poichè le spire costituite dai conduttori e dalle funi di guardia hanno dimensioni notevolmente più piccole di quelle che gli stessi formano con il conduttore immaginario, si ha una riduzione del valore delle induttanze apparenti che tenderanno ai valori dati dalle (III.17) e (III.18) tanto più quanto minore è il contributo di corrente che interessa il terreno.

Induttanze apparenti di una linea trifase con conduttori a fascio

Come già noto dallo studio della costituzione delle linee elettriche aeree di AAT, esse sono spesso realizzate utilizzando i conduttori a fascio, cioè con più conduttori per ogni fase, alla stessa tensione, interessati dalla medesima corrente e posti a una distanza l'uno dall'altro dell'ordine dei 40÷50 cm. Una tale configurazione della linee, infatti, si presenta particolarmente giovevole per la trasmissione dell'energia, anche per i motivi che verranno illustrati in seguito.

Si consideri, a titolo di esempio, il caso di linea trifase con conduttori di fase posti ai vertici di un triangolo equilatero e con due conduttori per fase posti a distanza Δ tra di loro (fig.III.8) e si vogliano calcolare le induttanze apparenti delle tre fasi e l'induttanza di servizio; sia per ipotesi:

$$\sum_{j=1}^3 (i_j + i'_j) = 0 \tag{III.25}$$

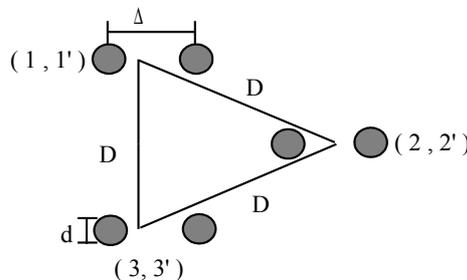


Fig. III.8 - Linea trifase con conduttori a fascio (due conduttori per fase)

Essendo i conduttori del fascio identici si ha che:

$$i_1 = i_{1'}, i_2 = i_{2'}, i_3 = i_{3'} \quad . \quad (III.26)$$

Per il calcolo dell'induttanza apparente del conduttore 1 si considerino le spire costituite dalle coppie di conduttori (1-1'), (1-2), (1-2'), (1-3), (1-3'). In particolare, la coppia (1,1') contribuisce al flusso totale "concatenato con il conduttore 1" con una aliquota pari a:

$$\phi_{11'} = [0,05 + 0,46 \log(\frac{\Delta}{r})](-i_{1'}) ; \quad (III.27)$$

la coppia (1, 2) contribuisce, invece, con una aliquota di flusso pari a:

$$\phi_{12} = [0,05 + 0,46 \cdot \log(\frac{D}{r})](-i_2) . \quad (III.28)$$

Essendo $\Delta \ll D$ i flussi relativi a tutte le altre coppie di conduttori hanno praticamente espressioni identiche a quelle date dalle (III.27) e (III.28), salvo per quanto riguarda le correnti che li sostengono. Sotto tale ipotesi si ottiene, in conclusione, che il flusso totale "concatenato con il conduttore 1" è dato da:

$$\begin{aligned} \phi_1 &= \phi_{11'} + \phi_{12} + \phi_{12'} + \phi_{13} + \phi_{13'} = \\ &= [0,05 + 0,46 \log(\frac{\Delta}{r})](-i_{1'}) + [0,05 + 0,46 \log(\frac{D}{r})](-i_2) + \\ &+ [0,05 + 0,46 \log(\frac{D}{r})](-i_{2'}) + [0,05 + 0,46 \log(\frac{D}{r})](-i_3) + [0,05 + 0,46 \log(\frac{D}{r})](-i_{3'}) = \\ &= [0,05 + 0,46 \log(\frac{1}{r})](-i_{1'} - i_{2'} - i_2 - i_3 - i_{3'}) + [0,46 \log(\Delta)](-i_{1'}) + \\ &+ 0,46 \log(D)(-i_2 - i_{2'} - i_3 - i_{3'}) = \\ &= [0,05 + 0,46 \log(\frac{1}{r}) - 0,46 \log(\Delta) + 0,46 \log(D^2)]i_1 = [0,05 + 0,46 \log(\frac{D^2}{r\Delta})]i_1 . \end{aligned} \quad (III.29)$$

Dall'analisi della (III.29) si nota che è possibile legare il flusso totale concatenato con il conduttore 1 con la sola corrente i_1 che lo percorre:

$$\phi_1 = L_{a1}^1 i_1, \quad (III.30)$$

attraverso un numero reale L_{a1}^1 dato da:

$$L_{a1}^1 = [0,05 + 0,46 \log(\frac{D^2}{r\Delta})] \quad (\text{mH/km}), \quad (\text{III.31})$$

individuando così l'induttanza apparente del conduttore 1 della fase 1.

L'induttanza apparente della fase 1, parallelo dei due conduttori, è, pertanto:

$$L_{a1} = \frac{L_{a1}^1}{2} = 0,025 + 0,46 \cdot \log(\frac{D}{\sqrt{r\Delta}}) \quad (\text{mH/km}) \quad (\text{III.32})$$

Stante le condizioni di simmetria precedentemente citate le induttanze apparenti delle altre due fasi saranno identiche a quella della fase 1.

Discorsi del tutto simili si possono effettuare anche se si ipotizza che i conduttori a fascio siano percorsi da terne di correnti sinusoidali simmetriche di sequenza diretta e inversa. Le induttanze apparenti saranno, evidentemente, date ancora dalle (III.32) e, stante le condizioni di simmetria geometrica, esse coincideranno con l'induttanza di servizio della linea.

Se si confronta, poi, l'espressione dell'induttanza di servizio di una linea trifase senza conduttori a fascio con quella dell'induttanza di servizio di una linea trifase con conduttori a fascio, per il caso di due conduttori a fascio, ci si rende conto, in primo luogo, che quest'ultima risulta di valore più piccolo di circa il 20%. Questa riduzione consente, per i motivi che verranno illustrati in seguito, di ridurre le cadute di tensione e di migliorare la stabilità del sistema.

E' interessante notare anche che una linea con conduttori a fascio è, in prima approssimazione, equivalente ad una linea trifase con conduttori singoli di raggio pari a $\sqrt{r\Delta}$; essendo $r\Delta > r^2$, ne consegue che la linea trifase a più conduttori è equivalente ad una linea ad un unico conduttore di raggio equivalente più grande. Per i motivi illustrati successivamente nello studio della conduttanza, questo effetto comporta una benefica riduzione dell'effetto corona nelle linee in esame.

Considerazioni analoghe valgono nel caso in cui il fascio è costituito da un numero di conduttori maggiore di due. Gli effetti benefici che ne derivano sono, anzi, crescenti con il numero di conduttori per fase.

1.2 Capacità

Ciascun conduttore nudo di una linea elettrica aerea si trova immerso in un isolante, che è l'aria. Si realizzano, pertanto, accoppiamenti capacitivi sia tra tutte le coppie di conduttori presenti che tra ciascun conduttore e il terreno, perché in tutti questi casi è possibile materializzare fisicamente la presenza di un condensatore (due armature metalliche con in mezzo interposto un dielettrico).

Tali accoppiamenti capacitivi, essendo i conduttori anche sottoposti a potenziale elettrico molto forte (stiamo parlando di linee aeree di AT o di AAT), sono responsabili di circolazione di correnti di spostamento tra i conduttori e tra i conduttori ed il terreno.

Gli accoppiamenti capacitivi sopra descritti possono essere modellati attraverso un opportuno sistema di condensatori, da inserirsi tra le coppie di conduttori e tra ciascun conduttore ed il terreno.

Ancora una volta, però, come già fatto per l'induttanza di servizio di una linea, in considerazione delle notevoli semplificazioni che ne derivano, è conveniente definire ed associare a ciascun conduttore della linea un unico condensatore, la cui capacità, detta "capacità apparente", risulti in grado di portare in conto sia gli accoppiamenti capacitivi tra il conduttore in esame e gli altri conduttori che l'accoppiamento tra esso ed il terreno. Grazie all'introduzione di tale parametro è possibile, cioè, disaccoppiare dal punto di vista elettrostatico i vari conduttori che costituiscono una linea elettrica cosicché le vicissitudini di ciascuno di essi risultino dipendenti solo dal suo potenziale e non anche da quello degli altri conduttori.

Nel seguito viene affrontato il problema del calcolo di tale parametro per alcuni dei principali tipi di linea aerea trifase che si incontrano nei sistemi elettrici per l'energia.

Capacità apparenti di una linea trifase

Si consideri inizialmente una linea elettrica costituita da n conduttori di uguale diametro che si trovano ai potenziali v_1, v_2, \dots, v_n , in presenza del terreno, assunto a potenziale di riferimento.

Applicando le equazioni di Maxwell al generico conduttore s si può ricavare la quantità di carica distribuita su di esso in funzione dei potenziali cui si trovano gli n conduttori; si ha:

$$Q_s = c_{sT}^* v_s + c_{s1}^* (v_s - v_1) + \dots + c_{sn}^* (v_s - v_n), \quad (\text{III.33})$$

dove i coefficienti c_{sT}^* e c_{ij}^* sono costanti con dimensioni di capacità e sono denominati capacità parziali. Le (III.33) suggeriscono la schematizzazione della linea riportata nella figura III.9.

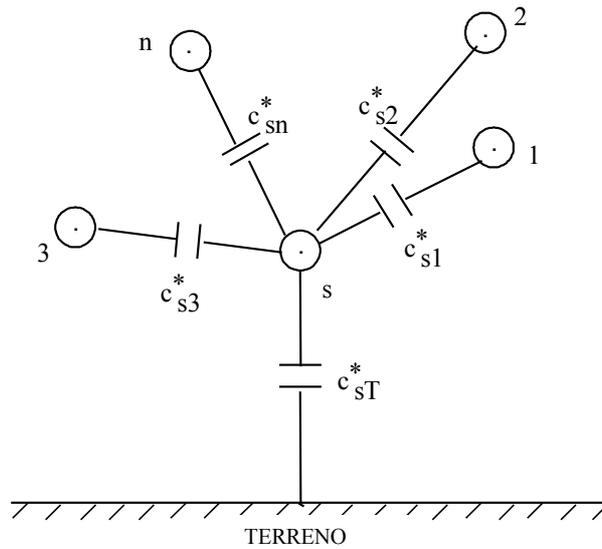


Fig. III.9 – Condensatori associati al conduttore s di un sistema di n conduttori

Manipolando opportunamente la (III.33) si ottiene:

$$Q_s = (c_{s\Gamma}^* + c_{s1}^* + \dots + c_{sn}^*) v_s - c_{s1}^* v_1 - \dots - c_{sn}^* v_n. \quad (III.34)$$

Dall'analisi della (III.34) si nota che, se non si introducono opportune particolarizzazioni, non è possibile esprimere la carica totale distribuita sul conduttore s in funzione del solo potenziale ad esso applicato; non è, quindi, possibile disaccoppiare dal punto di vista elettrostatico il conduttore s dagli altri n-1 conduttori ed introdurre, così, il concetto di capacità apparente del conduttore s. Lo stesso discorso, ovviamente, si può ripetere per tutti gli altri (n-1) conduttori.

Una particolarizzazione, di importanza fondamentale per l'ovvio interesse che suscita, riguarda il caso in cui il sistema di n conduttori è rappresentativo di un sistema trifase (n=3) che funziona in condizioni di regime sinusoidale simmetrico di sequenza diretta (le tensioni applicate ai tre conduttori costituiscono una terna simmetrica diretta di vettori: $\bar{V}_1, \bar{V}_2 = \alpha^2 \bar{V}_1, \bar{V}_3 = \alpha \bar{V}_1$); questo caso è di particolare interesse perchè è quello di normale funzionamento di una linea. In questo caso, la (III.34), posto a titolo di esempio $s=1$, diventa:

$$\bar{Q}_1 = (c_{1\Gamma}^* + c_{12}^* + c_{13}^*) \bar{V}_1 - c_{12}^* \alpha^2 \bar{V}_1 - c_{13}^* \alpha \bar{V}_1. \quad (III.35)$$

Dall'analisi della (III.35) si nota che il coefficiente di proporzionalità tra la carica totale distribuita sul conduttore 1 ed il potenziale a cui si trova il conduttore stesso:

$$\bar{Q}_1 = \dot{C}_{a1} \bar{V}_1. \quad (III.36)$$

è un numero complesso \dot{C}_{a1} dato da:

$$\dot{C}_{a1} = C_{a1}^R + jC_{a1}^I = (c_{1T}^* + c_{12}^* + c_{13}^*) - c_{12}^* \alpha^2 - c_{13}^* \alpha \quad . \quad (\text{III.37})$$

In modo analogo si può procedere con riferimento ai conduttori 2 e 3, definendo così altri due numeri complessi, coefficienti di proporzionalità tra carica e potenziale, dati da:

$$\begin{aligned} \dot{C}_{a2} &= C_{a2}^R + jC_{a2}^I = (c_{2T}^* + c_{21}^* + c_{23}^*) - c_{21}^* \alpha - c_{23}^* \alpha^2 \\ \dot{C}_{a3} &= C_{a3}^R + jC_{a3}^I = (c_{3T}^* + c_{31}^* + c_{32}^*) - c_{31}^* \alpha^2 - c_{32}^* \alpha \quad . \end{aligned} \quad (\text{III.38})$$

Le correnti associate ai tre conduttori di fase saranno, allora, date da:

$$\begin{aligned} \bar{I}_{a1} &= j\omega \dot{C}_{a1} \bar{V}_1 \\ \bar{I}_{a2} &= j\omega \dot{C}_{a2} \bar{V}_2 \\ \bar{I}_{a3} &= j\omega \dot{C}_{a3} \bar{V}_3 \quad ; \end{aligned} \quad (\text{III.39})$$

nel caso più generale, cioè, le correnti non sono in quadratura con i rispettivi potenziali, come è lecito attendersi stante la natura dei fenomeni in gioco.

Nel caso di simmetria geometrica dei conduttori (disposizione ai vertici di un triangolo equilatero) ed osservando che nel campo delle alte tensioni le altezze H_i dei conduttori dal terreno sono molto più grandi delle interdistanze D_{ij} tra gli stessi, risulta $c_{1T}^* \cong c_{2T}^* \cong c_{3T}^*$, per cui le precedenti relazioni si semplificano nelle seguenti:

$$\begin{aligned} C_{a1} = C_{a2} = C_{a3} = C_a &= c_T + 3c_m \quad , \\ \bar{I}_{a1} = j\omega C_a \bar{V}_1 \quad , \quad \bar{I}_{a2} = j\omega C_a \bar{V}_2 \quad , \quad \bar{I}_{a3} = j\omega C_a \bar{V}_3 \quad , \end{aligned} \quad (\text{III.40})$$

avendo posto:

$$c_{1T}^* \cong c_{2T}^* \cong c_{3T}^* = c_T \quad , \quad c_{12}^* = c_{13}^* = c_{23}^* = c_m \quad ;$$

nel caso in esame, cioè, i coefficienti di proporzionalità tra carica e potenziale sono numeri reali e, conseguentemente, le correnti di spostamento sono rigorosamente in quadratura con i rispettivi potenziali.

In assenza di simmetria geometrica, cioè quando, come già detto, la corrente non è in quadratura con il potenziale corrispondente, è possibile scomporre il vettore rappresentativo della corrente di spostamento in due componenti: una in quadratura ed una in fase od in opposizione di fase con il potenziale; nella fig.III.10, a titolo di esempio, si riporta il diagramma vettoriale relativo al conduttore 1.

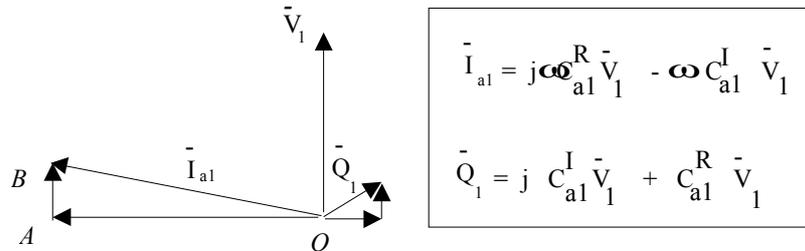


Fig.III.10 - Diagramma vettoriale relativo al conduttore 1, in assenza di simmetria geometrica ($c_{12}^* < c_{13}^*$)

La componente in fase od in opposizione di fase (AB nella fig.III.10) equivale ad una corrente attraverso una conduttanza fittizia, positiva o negativa a seconda del conduttore; nel caso del conduttore 1, il valore di tale conduttanza è, di fatto, dato dal coefficiente della parte immaginaria del numero complesso espresso dalla (III.37) moltiplicato per la pulsazione ω . La componente in quadratura (OB nella fig.III.10) equivale, invece, ad una corrente di spostamento attraverso una capacità vera e propria; nel caso del conduttore 1 il valore di tale capacità è, di fatto, dato dalla parte reale del numero complesso espresso dalla (III.37). E' per questo motivo che, con correttezza formale, si è soliti assumere quali capacità apparenti dei tre conduttori non i numeri complessi espressi dalla (III.37) o dalle (III.38), ma solo le loro parti reali, e cioè:

$$\begin{aligned}
 C_{a1} &= C_{a1}^R = c_{1T}^* + \frac{3}{2}c_{12}^* + \frac{3}{2}c_{13}^* \\
 C_{a2} &= C_{a2}^R = c_{2T}^* + \frac{3}{2}c_{21}^* + \frac{3}{2}c_{23}^* \\
 C_{a3} &= C_{a3}^R = c_{3T}^* + \frac{3}{2}c_{31}^* + \frac{3}{2}c_{32}^* .
 \end{aligned}
 \tag{III.41}$$

Il fenomeno precedentemente analizzato – e cioè che in assenza di simmetria geometrica le correnti sono differenti in modulo e non sono in quadratura con i rispettivi potenziali – prende il nome di fenomeno della “capacità obliqua”.

Dal punto di vista fisico, la presenza del fenomeno della capacità obliqua è causa di dissimmetria nelle correnti di una linea trifase: se, infatti, per semplicità di esposizione, si fa riferimento ad una linea che in partenza ha una terna di correnti sinusoidali e simmetriche si ha che la presenza delle tre correnti differenti tra loro fa sì che le tre correnti all'arrivo costituiscono una terna dissimmetrica. A tale fenomeno, invece, non si

accompagnano, per ovvi motivi, effetti dissipativi: la somma algebrica delle componenti in fase su tutti e tre i conduttori è, infatti, nulla, per motivi analoghi a quelli enunciati nel caso dell'induttanza obliqua.

Per evitare le dissimmetrie connesse al fenomeno della capacità obliqua si ricorre ancora una volta alla tecnica, già indicata, della trasposizione dei conduttori.

E' importante osservare in conclusione, sempre con riferimento al caso di assenza di simmetria geometrica, che le tre capacità apparenti date dalle (III.41) sono di valore differente tra loro, per cui le tre fasi, seppure disaccoppiate elettrostaticamente, si comportano in maniera differente. Per superare tale problema si è soliti introdurre il concetto di capacità di servizio di una linea trifase, intesa come la media delle capacità apparenti dei tre conduttori:

$$C_s = \frac{C_{a1} + C_{a2} + C_{a3}}{3}. \quad (\text{III.42})$$

Quando la simmetria geometrica è, invece, presente, le capacità apparenti dei tre conduttori sono uguali tra loro ed ognuna di esse coincide con la capacità di servizio della linea.

Dall'analisi delle relazioni precedenti, appare evidente che per calcolare le capacità apparenti e la capacità di servizio di una linea trifase è necessario conoscere i valori delle capacità parziali c_{ij}^* .

Per comprendere come tale calcolo possa essere effettuato, consideriamo una linea trifase funzionante in regime sinusoidale simmetrico di sequenza diretta (normale funzionamento), per quanto prima detto, avremo:

$$\begin{aligned} \bar{Q}_1 &= (c_{1T}^* + c_{12}^* + c_{13}^*) \bar{V}_1 - c_{12}^* \bar{V}_2 - c_{13}^* \bar{V}_3 \\ \bar{Q}_2 &= (c_{2T}^* + c_{21}^* + c_{23}^*) \bar{V}_2 - c_{21}^* \bar{V}_1 - c_{23}^* \bar{V}_3 \\ \bar{Q}_3 &= (c_{3T}^* + c_{31}^* + c_{32}^*) \bar{V}_3 - c_{31}^* \bar{V}_1 - c_{32}^* \bar{V}_2 \end{aligned} \quad (\text{III.43})$$

Le (III.43) possono porsi nella forma compatta:

$$\begin{aligned} \bar{Q}_1 &= c_{11} \bar{V}_1 + c_{12} \bar{V}_2 + c_{13} \bar{V}_3 \\ \bar{Q}_2 &= c_{21} \bar{V}_1 + c_{22} \bar{V}_2 + c_{23} \bar{V}_3 \\ \bar{Q}_3 &= c_{31} \bar{V}_1 + c_{32} \bar{V}_2 + c_{33} \bar{V}_3 \end{aligned} \quad (\text{III.44})$$

avendo posto:

$$\begin{aligned}c_{11} &= c_{1T}^* + c_{12}^* + c_{13}^* \\c_{22} &= c_{2T}^* + c_{21}^* + c_{23}^* \\c_{33} &= c_{3T}^* + c_{31}^* + c_{32}^* \\c_{ij} &= -c_{ij}^* \quad i \neq j.\end{aligned}$$

E' evidente che lo stretto legame che esiste tra i coefficienti c_{ij}^* e c_{ij} fa sì che i primi si possono calcolare una volta noti i secondi.

Il calcolo diretto dei coefficienti c_{ij} non è, però, agevole, in quanto richiede lo studio di non semplici distribuzioni del campo elettrico presente nei vari punti che circondano la linea. Se, ad esempio si fa riferimento al coefficiente c_{11} , essodovrebbe essere calcolato come:

$$c_{11} = Q_1/V_1|_{V_2=V_3=0},$$

e, quindi, potrebbe essere calcolato come la carica distribuita sul conduttore 1 quando lo stesso è a potenziale unitario e gli altri due sono a potenziale di terra; relazioni analoghe si ricavano per tutti gli altri coefficienti c_{ij} .

Lo studio del campo elettrico in situazioni fisiche tipo quella che scaturisce dalla III.45 è tutt'altro che agevole in quanto, pur ponendo a potenziale zero i conduttori 2 e 3 ($V_2=0$ e $V_3=0$), non si possono ritenere nulle le cariche su di essi presenti (Q_2 e Q_3) e ciò crea condizioni di disuniformità del campo che ne rendono laboriosa la valutazione. Tale problema chiaramente si esalta quando si ha a che fare con linee più complesse, quali quelle con funi di guardia e conduttori multipli.

Il problema del calcolo dei coefficienti c_{ij} , e quindi delle capacità parziali c_{ij}^* , può, fortunatamente, risolversi calcolando tali coefficienti in maniera indiretta, attraverso una procedura che, come si vedrà tra breve, si presenta alquanto più agevole.

A tal fine, si noti che le relazioni (III.44) possono porsi nella forma matriciale:

$$[\bar{Q}] = [c][\bar{V}] \quad (III.45)$$

con $[c]$ matrice quadrata. Dalle (III.45) risulta immediatamente:

$$[\bar{V}] = [c]^{-1}[\bar{Q}] = [A][\bar{Q}]; \quad (III.46)$$

dove i coefficienti A_{ij} sono detti coefficienti di potenziale.

È evidente che, noti i termini della matrice $[A]$, si possono calcolare immediatamente anche i termini della matrice $[c]$, per inversione della matrice stessa.

E' questo il metodo di calcolo indiretto delle capacità parziali cui si faceva riferimento in precedenza; esso si presenta alquanto agevole in quanto il calcolo dei termini della matrice $[A]$ è tutt'altro che complesso; i coefficienti di potenziale si possono, infatti, calcolare attraverso lo studio di distribuzioni di campo elettrico che, nel caso in esame,

contrariamente a quanto accadeva per il calcolo diretto dei coefficienti c_{ij} , non presenta praticamente caratteristiche di disuniformità.

Se si esplicitano, infatti, le (III.46) nella forma:

$$\begin{aligned}\bar{V}_1 &= A_{11}\bar{Q}_1 + A_{12}\bar{Q}_2 + A_{13}\bar{Q}_3 \\ \bar{V}_2 &= A_{21}\bar{Q}_1 + A_{22}\bar{Q}_2 + A_{23}\bar{Q}_3 \\ \bar{V}_3 &= A_{31}\bar{Q}_1 + A_{32}\bar{Q}_2 + A_{33}\bar{Q}_3\end{aligned}\tag{III.47}$$

si può dedurre, ad esempio, che il coefficiente A_{11} è dato da:

$$A_{11} = V_1/Q_1|_{Q_2=Q_3=0} ;\tag{III.48}$$

esso è pari, cioè, al potenziale che assume il conduttore 1 quando sullo stesso è presente una carica unitaria e sugli altri conduttori è presente una carica nulla; relazioni analoghe si possono ricavare per gli altri coefficienti di potenziale.

Lo studio del campo elettrico, e quindi del potenziale, che soddisfi le condizioni imposte dalle relazioni del tipo della (III.47) è molto agevole, in quanto esso presenta, con buona approssimazione, caratteristiche di uniformità. Se si fa, ad esempio, riferimento al solito coefficiente A_{11} , essendo nulle le cariche sui conduttori 2 e 3 ($Q_2=Q_3=0$), si può trascurare, con buona approssimazione, la loro presenza nella valutazione del potenziale del conduttore 1, in quanto essi danno luogo solo a modifiche localizzate e di scarso peso nella distribuzione del potenziale. Nel momento in cui si eliminano i conduttori 2 e 3, lo studio del campo elettrico e, quindi, del potenziale si semplifica notevolmente e può essere condotto con il ben noto principio delle immagini, considerando presente il solo conduttore 1 ed il suo conduttore immagine.

Considerazioni analoghe possono effettuarsi con riferimento a tutti gli altri coefficienti di potenziale.

L'applicazione del principio delle immagini (che per brevità di tralascia) porta alle seguenti espressioni dei coefficienti di potenziale:

$$\begin{aligned}A_{ii} &= \frac{1}{2\pi\epsilon} \ln\left(\frac{4H_i}{d}\right) \\ A_{ij} &= \frac{1}{2\pi\epsilon} \ln\left(\frac{2H_i}{D_{ij}}\right),\end{aligned}\tag{III.49}$$

essendo H_i l'altezza del conduttore i dal terreno e D_{ij} l'interdistanza tra i conduttori.

In conclusione, noti i termini della matrice $[A]$ tramite le (III.49), si possono calcolare i termini della matrice $[C]$ per inversione e, quindi, le capacità apparenti e di servizio della linea. Considerazioni analoghe valgono, evidentemente, anche nel caso di strutture più complesse della linea trifase.

In alcuni casi, sotto alcune ipotesi semplificative, si può effettuare il calcolo delle capacità apparenti e di servizio in modo ancora più semplice rispetto a quanto evidenziato in precedenza. Ad esempio, nel caso di linea trasposta, posto:

$$\begin{aligned} H_1 &= H_2 = H_3 = H_m \\ D_{12} &= D_{23} = D_{31} = D_m \end{aligned} \quad (\text{III.50})$$

le (III.49) si semplificano in:

$$A_{ii} = \frac{1}{2\pi \varepsilon} \ln\left(\frac{4H_m}{d}\right) = m \quad (\text{III.51})$$

$$A_{ij} = \frac{1}{2\pi \varepsilon} \ln\left(\frac{2H_m}{D_m}\right) = n$$

e le (III.47) diventano:

$$\begin{aligned} \bar{V}_1 &= m\bar{Q}_1 + n\bar{Q}_2 + n\bar{Q}_3 \\ \bar{V}_2 &= n\bar{Q}_1 + m\bar{Q}_2 + n\bar{Q}_3 \\ \bar{V}_3 &= n\bar{Q}_1 + n\bar{Q}_2 + m\bar{Q}_3 \end{aligned} \quad (\text{III.52})$$

Poiché le tre tensioni di fase costituiscono una terna simmetrica diretta di tensioni, la somma delle (III.52) porta alla seguente relazione tra le cariche:

$$\bar{Q}_1 + \bar{Q}_2 + \bar{Q}_3 = 0; \quad (\text{III.53})$$

le (III.52) diventano, pertanto:

$$\begin{aligned} \bar{V}_1 &= (m - n)\bar{Q}_1 \\ \bar{V}_2 &= (m - n)\bar{Q}_2 \\ \bar{V}_3 &= (m - n)\bar{Q}_3 \end{aligned} \quad (\text{III.54})$$

da cui consegue che:

$$C_{a1} = C_{a2} = C_{a3} = C_s = \frac{1}{(m - n)}. \quad (\text{III.55})$$

Tenendo presente le (III.51), se si sostituisce in esse il logaritmo naturale con il logaritmo decimale, se si assume, poi, come unità di misura delle capacità il (nF/km) e se si tiene conto, infine, che:

$$\varepsilon = \varepsilon_0 = \frac{10^{-10}}{3,6\pi} \quad (\text{F/m}) \quad (\text{III.56})$$

si ha, in conclusione che:

$$C_{a1} = C_{a2} = C_{a3} = C_s \cong \frac{24,13}{\log\left(\frac{2D_m}{d}\right)} \quad (\text{nF/km}) \quad (\text{III.57})$$

La relazione (III.57) può essere impiegata, con buona approssimazione, anche in presenza di una o più funi di guardia. Infatti le funi di guardia modificano l'andamento del campo elettrico nello spazio circostante la linea aerea, e, quindi, l'entità delle varie correnti di spostamento (quelle verso terra aumentano, dovendosi includere in esse anche quelle che fluiscono verso le funi di guardia stesse, mentre quelle tra le coppie di conduttori diminuiscono); conseguentemente, aumentano le capacità parziali tra i conduttori ed il terreno mentre diminuiscono le capacità parziali tra i conduttori. Ne consegue, pertanto, che la capacità di servizio varia di poco, per effetto della compensazione delle capacità parziali.

La relazione (III.57) è stata ricavata nell'ipotesi in cui al sistema trifase è applicata una terna simmetrica diretta di tensioni, che sono, per loro natura, a somma zero.

Si consideri adesso il caso in cui tale condizione non è verificata; più in particolare si faccia riferimento al caso, di particolare interesse, di una linea trifase cui sia applicata una terna di tensioni sinusoidali tale che:

$$\bar{V}_1 = \bar{V}_2 = \bar{V}_3 = \bar{V}^0. \quad (\text{III.58})$$

Tale caso è di particolare interesse perchè le tre tensioni date dalle (III.58) costituiscono una terna di tensioni di sequenza omopolare; come si vedrà nel seguito, sistemi di tensione di questo tipo sono presenti nei sistemi elettrici in cui si verificano corto circuiti dissimmetrici che interessano il terreno.

Se si ipotizzano, anche in questo caso, le condizioni di simmetria che portano alle (III.57), si ha:

$$\begin{aligned} \bar{V}^0 &= m \bar{Q}_1 + n \bar{Q}_2 + n \bar{Q}_3 \\ \bar{V}^0 &= n \bar{Q}_1 + m \bar{Q}_2 + n \bar{Q}_3 \\ \bar{V}^0 &= n \bar{Q}_1 + n \bar{Q}_2 + m \bar{Q}_3 \end{aligned} \quad (\text{III.59})$$

Poiché dalle (III.59) segue che $\bar{Q}_1 = \bar{Q}_2 = \bar{Q}_3$, si ha:

$$\begin{aligned}\bar{V}^0 &= (m+2n)\bar{Q}_1 \\ \bar{V}^0 &= (m+2n)\bar{Q}_2 \\ \bar{V}^0 &= (m+2n)\bar{Q}_3\end{aligned}\tag{III.60}$$

e, quindi, le capacità apparenti delle tre fasi nel caso in esame risultano essere uguali tra loro e pari a:

$$C_0 = \frac{1}{m+2n}\tag{III.61}$$

La (III.61), per ovvi motivi, viene chiamata capacità omopolare della linea trifase; essa, di fatto, si identifica con la capacità parziale verso terra di ciascun conduttore, come si evince chiaramente imponendo nelle (III.42) la condizione (III.58).

Sostituendo nella (III.61) le espressioni di m ed n date dalle (III.51), ricordando la (III.56) e passando ai logaritmi decimali, si ricava, con semplici passaggi, che la capacità omopolare di una linea trifase è:

$$C_0 = \frac{24,13}{\log\left[\frac{4H_m}{d}\left(\frac{2H_m}{D}\right)^2\right]} \quad (\text{nF/km})\tag{III.62}$$

essa, in valore numerico, è pari a circa la metà della capacità di servizio; è anche importante notare che, questa volta, la capacità dipende dell'altezza media della linea rispetto al terreno.

Per quanto riguarda l'influenza delle funi di guardia sulla capacità omopolare, si può affermare che la loro presenza ne fa aumentare apprezzabilmente il valore, in quanto le funi di guardia, per ovvi motivi, fanno aumentare apprezzabilmente le capacità parziali verso terra.

Capacità apparenti di una linea trifase con conduttori a fascio

Si faccia riferimento, a titolo di esempio, al caso delle linea trifase con due conduttori a fascio. Nel caso in esame, nell'ipotesi di linea trasposta e facendo riferimento direttamente alle coppie di conduttori del fascio, si possono ancora applicare le relazioni (III.54) purchè ai coefficienti m ed n si diano opportuni valori; tali valori possono essere facilmente calcolati facendo riferimento, ancora una volta, al principio delle immagini.

Omettendo, per motivi di semplicità, le espressioni analitiche dei coefficienti m ed n , si riporta, invece, l'espressione delle capacità apparenti e di servizio che da esse si derivano; esse sono date da:

$$C_{a1} = C_{a2} = C_{a3} = C_s = \frac{24,13}{\log\left(\frac{2D_m}{\sqrt{2d\Delta}}\right)} \quad (\text{nF/km}), \quad (\text{III.63})$$

essendo D_m la distanza media tra i centri dei fasci di conduttori.

Dall'analisi delle (III.57) e (III.63) si può notare che una linea con conduttori a fascio binato si comporta come una linea trifase a conduttori singoli avente diametro pari a $\sqrt{2d\Delta}$, e cioè raggio pari a $\sqrt{r\Delta}$, così come accadeva nel caso dell'induttanza apparente.

Considerazioni analoghe valgono nel caso in cui il fascio è costituito da un numero di conduttori maggiore di due.

Si nota un incremento della capacità di servizio, crescente con il numero di conduttori utilizzati per costruire il fascio.

1.3 Resistenza

I materiali utilizzati per la realizzazione dei conduttori di una linea elettrica sono caratterizzati da una propria resistività, il cui valore dipende dal tipo di materiale e dalla temperatura.

Nella tab.I sono riportate le resistività in corrente continua a 20 °C dei principali materiali conduttori ed i coefficienti di variazione della resistività con la temperatura.

Tab. I – Caratteristiche principali di alcuni materiali conduttori

Materiale	Resistività a 20 °C [$\Omega \text{ mm}^2 / \text{km}$]	Coeff. di variaz. con la temp. [$^{\circ}\text{C}^{-1}$]
Rame	17,8	0,0038
Alluminio	28,3	0,0040
Lega di Aldrey	32,5	0,0036

Nei conduttori percorsi da corrente alternata, poi, la resistenza è più elevata di quella in corrente continua, a causa dell'effetto pelle e dell'effetto prossimità. Ciascun conduttore, infatti, è immerso nel campo magnetico creato dalla corrente che lo percorre (effetto pelle) e da quello creato dalle correnti che percorrono gli altri conduttori (effetto prossimità); ne consegue una disuniforme distribuzione della corrente lungo la sezione del conduttore che, di fatto, comporta un aumento della resistenza offerta al passaggio della corrente. Nel caso particolare dei conduttori nudi di alta tensione, le elevate distanze a cui essi si trovano fanno sì che l'effetto prossimità sia trascurabile.

Per una linea trifase, quando la somma delle correnti che la interessano è pari a zero (per es. nel normale funzionamento), la resistenza della linea è imputabile solo ai singoli conduttori (R_c) di ognuna delle fasi, per cui essa dipende esclusivamente dalla resistività del materiale conduttore utilizzato, dalla sua sezione, dalla sua lunghezza e, in misura minore, dall'effetto pelle e dall'effetto prossimità.

Quando i conduttori di una linea sono percorsi, invece, da una terna di correnti la cui somma non è uguale a zero (come accade per una terna di correnti di sequenza omopolare) la corrente risultante dalla somma non può che richiudersi attraverso il terreno (Fig. III); ai fini dell'assegnazione di una resistenza all'unità di lunghezza di ogni singola fase della linea, vi è, allora, da portare in conto anche la presenza del conduttore immaginario che, come già indicato, può sostituirsi al terreno, conservandone però le caratteristiche di conducibilità, notevolmente diverse da quelle dei conduttori di fase.

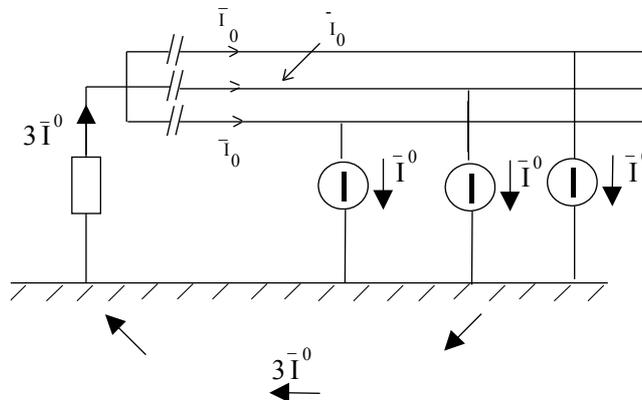


Fig. III.11 – Richiusura delle correnti omopolari el terreno

E' stato dimostrato sperimentalmente che la resistenza offerta da un km di conduttore immaginario può essere stimata, anche in funzione dei già menzionati studi sperimentali sul conduttore immaginario, con la seguente formula empirica:

$$R_T = 3f\pi^2 \cdot 10^{-4} \quad (\Omega / \text{km}) . \quad \text{(III.64)}$$

Nel caso di $f = 50$ Hz, la (III.64) porge:

$$R_T = 0,15 \quad (\Omega / \text{km}) . \quad \text{(III.65)}$$

Essa non dipende dalla resistività del terreno. Infatti, dalla resistività del terreno dipende anche la profondità del conduttore immaginario nel terreno stesso; in altri termini, più è grande la resistività del terreno, maggiore è la profondità nel terreno del conduttore immaginario, e minore è la sua resistenza perché con l'aumentare della profondità è come se aumentasse la sua sezione.

Per riuscire ad assegnare alla singola fase della linea un valore di resistenza che valga per gli studi alla sequenza omopolare, a causa del contributo sopra descritto imputabile alla presenza del terreno, bisogna procedere nel modo seguente.

La presenza di una resistenza imputabile alla linea elettrica è immediatamente responsabile di perdite di potenza attiva per effetto Joule; esse, possono complessivamente calcolarsi come la somma delle potenze dissipate sui conduttori più la potenza dissipata nel terreno:

$$P_{tot} = 3P_c + P_T = 3R_c I_o^2 + R_T(3 I_o^2) = 3(R_c + 3R_T) I_o^2.$$

La potenza dissipata su una singola fase, P_f , è un terzo di quella totale (ipotesi di simmetria) per cui si ha:

$$P_f = (R_c + 3R_T) I_o^2. \quad (III.66)$$

In conclusione, la singola fase (sulla quale circola la I_o) è come se avesse una resistenza, R_f , pari a:

$$R_f = (R_c + 3R_T). \quad (III.67)$$

Essa rappresenta la resistenza per fase di una linea alla sequenza omopolare; si vede subito che essa è molto più grande della resistenza per fase della stessa linea alle sequenze diretta ed inversa, coincidente invece con la resistenza dei singoli conduttori, R_c .

1.4 Conduttanza

In una linea elettrica con conduttori nudi è necessario introdurre un'ulteriore costante primaria, la conduttanza, per tenere conto dei fenomeni dissipativi che si manifestano negli isolatori e nell'aria che circonda i conduttori stessi.

Sugli isolatori si dissipa potenza attiva sostanzialmente a causa dei seguenti fenomeni: l'isteresi dielettrica, le correnti di conduzione nel dielettrico dell'isolatore e le correnti superficiali che possono instaurarsi tra le parti metalliche dell'isolatore quando dette superfici sono sporche al punto da riuscire a costituire dei percorsi ad impedenza diversa da infinito per le correnti.

Il fenomeno che causa dissipazione di potenza attiva nell'aria che circonda i conduttori della linea è, invece, noto con la denominazione di "effetto corona".

Se si indica con P_{is} e P_c , rispettivamente, la potenza dissipata per unità di lunghezza e per fase della linea negli isolatori e per effetto corona, il valore da attribuire alla conduttanza g sarà dato da:

$$g = \frac{P_{is} + P_c}{E_n^2} \quad (S / Km), \quad (III.68)$$

essendo E_n la tensione nominale di fase.

Le perdite P_{is} negli isolatori, in genere, vengono misurate sperimentalmente in laboratorio, per diverse condizioni atmosferiche, dal costruttore dell'isolatore, che le

fornisce nei dati di targa degli stessi (Pis = 1-3 W/isolatore a secco, Pis = 10-20 W/isolatore in caso di forte umidità).

Perdite per effetto corona

Il campo elettrico generato dalle cariche presenti sui conduttori è molto intenso sulla superficie degli stessi e lo è tanto più quanto più è piccolo il loro diametro. In particolare, se il valore del campo elettrico è sufficientemente alto si può superare la rigidità dielettrica dell'aria (pari, in condizioni convenzionali, a 30 kV/cm) dando luogo ad una intensa ionizzazione della stessa in un intorno, più o meno spesso, del conduttore. Questo fenomeno è detto effetto corona.

In funzione delle condizioni atmosferiche, esistono formule empiriche per stabilire quale è il valore del campo elettrico critico K_c sulla superficie del conduttore, ossia il valore del campo elettrico che bisogna superare perchè si verifichi l'effetto corona; una formula per il calcolo di tale grandezza è quella attribuita al Peek:

$$K_c = \delta^\alpha 30 \left(1 + \frac{0.3}{\sqrt{r}}\right) \quad (\text{kV/cm}) \quad (\text{III.69})$$

dove:

$$\delta = \frac{0,392p}{273 + t}$$

α = valore empirico pari a (0,5 ÷ 1);

r = raggio del conduttore (cm);

p = pressione (mmHg);

t = temperatura (°C).

Per verificare la presenza o meno dell'effetto corona è necessario, evidentemente, confrontare il valore del campo elettrico critico dato dalla (III.69) con il valore del campo elettrico K sulla superficie del conduttore, dato da:

$$K = \frac{\sqrt{2}E}{r \ln\left(\frac{D_m}{r}\right)} \quad (\text{kV/cm}); \quad (\text{III.70})$$

nella (III.70) E è il valore efficace della tensione del conduttore verso terra.

Uguagliando le relazioni (III.69) e (III.70) è possibile ricavare il valore della tensione verso terra al limite dell'effetto corona; essa è data da:

$$E_c = 21,1 \delta^\alpha \left(1 + \frac{0,3}{\sqrt{r}}\right) r \ln\left(\frac{D_m}{r}\right) \quad (\text{kV}) \quad (\text{III.71})$$

La relazione (III.71) è valida nell' ipotesi di assenza di irregolarità ed impurità sul conduttore, che tendono a disuniformare il campo sulla superficie dello stesso, ed in assenza di pioggia o neve; la presenza di gocce d'acqua lungo la parte inferiore del conduttore o di fiocchi di neve, infatti, possono anche loro distorcere il campo a causa della elevata costante dielettrica dell'acqua. I fenomeni testè analizzati comportano valori più alti del campo in alcuni punti della superficie del conduttore. Di ciò si tiene conto, in modo fittizio, introducendo una diminuzione, anche cospicua, della tensione E_c data dalla (III.71) attraverso un coefficiente empirico correttivo $h < 1$; a tale coefficiente, nelle peggiori condizioni, si assegna un valore pari a 0,6. In definitiva, sostituendo nella (III.71) il logaritmo naturale con quello decimale ed introducendo il coefficiente correttivo h , si ha:

$$E_c = 48,5 h \delta^\alpha r \left(1 + \frac{0,3}{\sqrt{r}} \right) \log \left(\frac{Dm}{r} \right) \quad (\text{kV}) \quad . \quad (\text{III.72})$$

Se la tensione verso terra di esercizio della linea supera il valore E_c dato dalla (III.72) si pone il problema della valutazione della potenza dissipata da portare in conto nell'espressione della conduttanza. Una formula empirica per calcolarla è quella, anch'essa attribuita al Peek, di seguito riportata:

$$P_c = 2,41 \frac{f+25}{\delta} \sqrt{\frac{r}{D_m}} (E - E_c)^2 \quad (\text{W/km}). \quad (\text{III.73})$$

Nella pratica corrente la (III.73) ha uno scarso interesse, in quanto le linee in alta tensione non sono mai esercite a tensione superiore a quella critica, se non per brevi periodi di tempo o in condizioni metereologiche particolarmente avverse.

In realtà, però, si hanno ugualmente perdite per effetto corona nel normale esercizio delle linee, ciò in quanto le perdite dipendono dai valori reali del campo elettrico sulla superficie dei conduttori, che è difficilmente valutabile con formule analitiche chiuse quali quelle precedentemente analizzate; esso, infatti, è fortemente variabile con lo stato superficiale dei conduttori e con le condizioni atmosferiche, fenomeni che non possono essere sempre portati in conto correttamente attraverso coefficienti correttivi del tipo del coefficiente h presente nella (III.72). E' uso corrente, allora, fare ricorso ad abachi basati su estese indagini sperimentali e che forniscono le perdite al variare delle condizioni metereologiche.

2. Le costanti primarie delle linee in cavo

Il calcolo delle costanti primarie delle linee in cavo si può condurre con gli stessi procedimenti impiegati per le linee con conduttori nudi. La deduzione delle formule analitiche si presenta, però, alquanto più laboriosa, stante la maggiore complessità strutturale che presentano i cavi rispetto alle linee con conduttori nudi; per questo

motivo, il più delle volte, si è soliti ricorrere a valori numerici forniti dai costruttori. Nello studio dei fenomeni fisici inerenti i cavi, poi, vi è da tenere in conto che:

- le interdistanze tra i conduttori sono molto piccole;
- le distanze tra i conduttori ed il terreno sono molto piccole;
- l'isolante impiegato è diverso dall'aria ed ha una costante dielettrica ben maggiore di quella dell'aria stessa ma può anche essere sede di perdite per isteresi dielettrica di entità comparabile alle perdite per effetto Joule;
- vi sono correnti parassite nelle guaine o armature metalliche;
- le correnti omopolari si possono richiudere anche nelle guaine e nelle armature metalliche, oltre che attraverso il terreno.

2.1 Induttanza

Bisogna, innanzitutto, distinguere tra cavi multipolari e cavi unipolari.

Nel caso di cavi tripolari le induttanze apparenti e quella di servizio coincidono, stante le condizioni di simmetria geometrica. Sia in presenza che in assenza di guaine metalliche e/o di armature metalliche, con buona approssimazione, si può ritenere ancora valida la relazione valida per linee con conduttori nudi. E' evidente che, a causa della piccola distanza tra i conduttori, l'induttanza di servizio di un cavo tripolare è 3÷4 volte più piccola di quella di una linea con conduttori nudi.

Per quanto riguarda l'induttanza omopolare c'è da osservare che le correnti omopolari si possono richiudere anche nelle guaine e nelle armature metalliche, così come, nel caso delle linee con conduttori nudi, esse si possono richiudere attraverso le funi di guardia. Si può dimostrare che, nel caso dei cavi tripolari, si perviene ad una espressione dell'induttanza omopolare che formalmente è identica a quella che si può ricavare nel caso di linee aeree con funi di guardia.

Molto più complesso è lo studio per i cavi unipolari in cui ogni cavo è schermato con guaine metalliche, per i quali il calcolo delle induttanze, di servizio ed omopolare, avviene per il tramite di formule molto complesse generalmente utilizzate dai soli costruttori che ne riportano poi i risultati sui cataloghi degli stessi cavi.

2.2 Capacità

Nel calcolo delle capacità dei cavi si è soliti distinguere due casi:

- tre cavi unipolari dotati di guaina o schermo metallico;
- un cavo tripolare in cui le tre anime sono avvolte da un'unica guaina o schermo metallico.

Nel primo caso, hanno influenza nel calcolo della capacità di servizio unicamente le capacità parziali verso terra. L'espressione della capacità di servizio e della capacità omopolare, in questo caso, è quella di un condensatore cilindrico, e cioè:

$$C_s = C_0 = \frac{24,13\epsilon_r}{\log\left(\frac{R}{r}\right)} \quad (\text{nF/km}), \quad (\text{III.74})$$

essendo ϵ_r la costante dielettrica relativa dell'isolante, r il raggio del conduttore ed R il raggio interno della guaina o schermo metallico.

L'espressione (III.74) può, ovviamente, impiegarsi anche nel caso di cavi tripolari le cui anime sono schermate singolarmente.

Nel caso di cavi tripolari hanno chiaramente influenza sia le capacità parziali tra i conduttori che tra questi ed il terreno. Si potrebbe pensare di applicare il procedimento seguito per il calcolo della capacità di servizio ed omopolare delle linee con conduttori nudi, ma in questo caso alcune ipotesi esemplificative che avevamo fatto a suo tempo ora non sono più valide a causa della nuova geometria del sistema in studio. Essendo, infatti, i tre conduttori delle tre diverse fasi molto vicini tra di loro, non ha più senso ritenere trascurabile la deformazione del campo elettrico provocata dai conduttori privi di carica elettrica (2 e 3 se si sta calcolando la capacità apparente del conduttore 1, C_{a1}); perciò non avrebbe senso pratico procedere al calcolo secondo il principio delle immagini, così come prima prospettato. Per il calcolo della capacità di servizio (alla sequenza diretta ed inversa, C_s , ed alla sequenza omopolare, C_0) di una linea in cavo multipolare si fa ricorso, piuttosto, o a dati direttamente forniti dal costruttore o a formule complesse, che si riportano qui di seguito, per comodità:

$$C_s = \frac{48,26\epsilon_r}{2 \log\left[\frac{R^2 - \delta_1^2}{Rr}\right] - \log\left[\frac{1}{3}\left(1 + \frac{R^2}{\delta_1^2} + \frac{\delta_1^2}{R^2}\right)\right]} \quad (\text{nF/km})$$
$$C_0 = \frac{24,13\epsilon_r}{4 \log\left[\frac{R^2 - \delta_1^2}{Rr}\right] + \log\left[\frac{1}{2}\left(1 - \frac{R^2}{\delta_1^2} + \frac{\delta_1^2}{R^2}\right)\right]} \quad (\text{nF/km})$$

(III.75)

Nelle (III.75) δ_1 è il raggio del cerchio ove giacciono i tre centri dei conduttori.

Da una anche sommaria analisi delle espressioni sopra riportate, si può comunque concludere con l'importante osservazione che le capacità di servizio delle linee in cavo sono certamente molto maggiori delle capacità di corrispondenti linee con conduttori nudi.

2.3 Resistenza

Non ci sono differenze sostanziali rispetto a quanto detto a proposito delle linee aeree, salvo la presenza di un incremento sensibile della resistenza per effetto del maggior peso dell'effetto prossimità.

2.4 Conduttanza

Nel caso dei cavi le perdite di potenza attiva legate alla tensione di esercizio sono completamente diverse da quelle viste per le linee con conduttori nudi.

Alla polarizzazione di un materiale isolante (dielettrico) con campi elettrici variabili (e quindi in corrente alternata) sono, infatti, associate perdite di potenza dovute al fenomeno dell'isteresi dielettrica; a tali perdite si aggiungono le, seppur piccole, perdite per conduzione nell'isolante, dovute alla resistività non infinita dello stesso.

Nei cavi per altissime tensioni, le perdite per isteresi dielettrica nell'isolante possono essere di entità comparabile alle perdite per effetto Joule prodotte nei conduttori dal passaggio della corrente nominale. Esse suscitano grande interesse non solo in relazione al costo della potenza persa ma anche, e soprattutto, in quanto possono limitare significativamente la potenza trasmissibile dai cavi per energia. La temperatura nell'isolante è legata infatti a tutte le perdite nel cavo (nel conduttore, nel dielettrico, nella guaina o armatura metallica) e poiché essa non può superare certi limiti per non compromettere la durata del cavo (il limite è normalmente di 90 °C per i tipi più importanti di materiali oggi usati), ne segue che un elevato valore delle perdite nell'isolante può ridurre la potenza dissipabile nel conduttore e quindi la corrente (e perciò la potenza) trasmissibile con la linea in cavo.

Le perdite negli isolanti dei cavi possono essere facilmente dedotte dai valori numerici di alcuni parametri caratteristici degli isolanti stessi, normalmente forniti dai costruttori.

Una grandezza fondamentale che contraddistingue i materiali isolanti è costituita dalla permittività ϵ che è legata all'energia elettrostatica ($\frac{1}{2} \epsilon E^2$) immagazzinata dai materiali isolanti sottoposti a una tensione. Un elevato valore di ϵ è associato ad un elevato valore di perdite di potenza.

Ma la grandezza fisica che misura le perdite di potenza in un materiale isolante è il cosiddetto "fattore di dissipazione", $\text{tg}\delta$, dato dal rapporto fra la potenza attiva e quella reattiva assorbita dal cavo, quando esso è sottoposto a tensione (III.76). Per buoni materiali isolanti tale parametro ha valori dell'ordine del per mille o anche inferiori (Tab. III.2).

*Tabella III.2 Valori di permittività e fattore di dissipazione
Per alcuni materiali isolanti*

	ϵ_r	$\tan \delta$
Carta secca	2.2	0.007
Carta impregnata	3.2	0.06
Gomma pura	2.6	0.005

Si noti che poiché le perdite specifiche dipendono dal quadrato dell'ampiezza del campo elettrico applicato, esse rischiano di limitare fortemente il campo dei materiali isolanti adatti all'impiego per le alte tensioni.

A partire dalla conoscenza del valore di $\text{tg}\delta$ (fornito dal costruttore), le perdite di potenza attiva nell'unità di lunghezza di un cavo, dovute alla tensione verso terra, possono essere calcolate nel modo seguente:

$$\text{Tg}\delta = \frac{P}{Q} \quad (\text{III.76})$$

$$Q = \frac{E^2}{X_c} = E^2 \omega C_s$$

essendo C_s la capacità di servizio per unità di lunghezza, già calcolata. Segue che:

$$P = Q \text{Tg}\delta$$

Avendo calcolato la potenza dissipata, si può procedere al calcolo della conduttanza, g , per unità di lunghezza della linea:

$$g = \frac{P}{E^2} \quad (\text{III.77})$$