

**Ingegneria dell'Informazione**  
**Compito di Calcolo delle Probabilità**  
**27 Febbraio 2012**

**Durata della prova: 2 ore e trenta minuti**

**QUESITO TEORICO**

1. Enunciare il Teorema del limite centrale. Presentare la variabile aleatoria gaussiana, calcolarne il valore medio e la varianza e descrivere il legame con la variabile aleatoria gaussiana standardizzata.

**Esercizio 1**

Sia  $X$  una variabile casuale assolutamente continua con densità di probabilità

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{2}(x-1) & \text{se } 1 \leq x \leq 3 \\ 0 & \text{altrove} \end{cases}$$

- a) verificare che  $f(x)$  è una densità di probabilità;
- b) determinare il valore medio e la varianza della variabile casuale  $X$ ;
- c) calcolare la  $P(X > 1.5)$ .

**Esercizio 2**

Una variabile aleatoria  $X$  distribuita esponenzialmente ha varianza pari a 9. Calcolare la probabilità che  $X$  assuma valori maggiori di 10.

**Esercizio 3**

Si consideri l'esperimento consistente nell'estrazione di una pallina da tre urne. Si consideri inoltre che in ogni urna ci sono 2 palline numerate da 1 a 2. Sia  $(X, Y)$  la variabile casuale doppia così definita:

$X$ : somma dei valori riportati sulle palline estratte da ciascuna urna;

$Y$ : valore minimo estratto moltiplicato per 2.

Con riferimento alla variabile aleatoria doppia  $(X, Y)$

- (a) indicare lo spazio campione relativo all'esperimento;
- (b) indicare i possibili valori della v.a. doppia  $(X, Y)$
- (c) determinare le densità di probabilità marginali;
- (d) determinare la covarianza di  $X$  e  $Y$ ;
- (e)  $X$  e  $Y$  sono indipendenti?

