

Facoltà di Ingegneria -Università di Reggio Calabria  
COMPITO DI GEOMETRIA (6 CFU)  
27 Giugno 2011 (Traccia D)

Cognome.....Nome.....Matr.....

Gli esercizi vanno svolti con le dovute giustificazioni sul compito.

**Esercizio 1** Dato il seguente sistema lineare :

$$\begin{cases} x - ky + 3kz = 0 \\ x - ky + z = 1 \\ x + ky = 0 \end{cases}$$

- 1) Discutere il sistema al variare del parametro reale  $k$  (1 punto)
- 2) Trovare le eventuali soluzioni (1 punto)

**Esercizio 2** Sia data l'applicazione lineare  $f : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$  con matrice associata rispetto alle basi canoniche nel dominio e nel codominio

$$\begin{pmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \\ 3 & 1 & -1 \end{pmatrix}.$$

- a) Stabilire se l'endomorfismo é semplice (1 punto)
- b) Determinare autospazi e una base di autovettori (1 punto)
- c) Calcolare  $\dim \text{Ker } f$ ,  $\dim \text{Im } f$ , una base di  $\text{Ker } f$ , una base di  $\text{Im } f$  (0, 5 punti)
- d) Determinare una matrice diagonale simile ad  $M^{B,B}(f)$  ed una matrice  $P$  che diagonalizza  $M^{B,B}(f)$  (B base canonica) (0, 5 punti)

**Esercizio 3** Discutere al variare di  $\alpha$ , il fascio di coniche  $x^2 - \alpha xy - \alpha y + 3 = 0$  (2 punti)

**Esercizio 4** Scrivere le equazioni di una retta ed un piano tra loro paralleli. (1 punto)

**Esercizio 5** (2 punti)

1) Stabilire per quali valori del parametro  $k$  la matrice  $A = \begin{pmatrix} -k & 1 & k \\ 0 & 1 & k+2 \\ 0 & 1 & 2 \end{pmatrix}$  è invertibile.

2) Trovare per  $k = -1$  la matrice inversa