

Ingegneria dell'Informazione
Compito di Calcolo delle Probabilità
13 Luglio 2012

Durata della prova: 2 ore e trenta minuti
QUESITO TEORICO

1. Enunciare il Teorema del limite centrale. Presentare la variabile aleatoria gaussiana, calcolarne il valore medio e la varianza e descrivere il legame con la variabile aleatoria gaussiana standardizzata.

Esercizio 1

Sia X una variabile casuale assolutamente continua con densità di probabilità

$$f(x) = \begin{cases} 0 & \text{se } x < 0 \\ 1-x & \text{se } 0 \leq x < 1 \\ c x & \text{se } 1 \leq x < 2 \\ 0 & \text{se } x \geq 2 \end{cases}$$

- a) determinare c affinché f risulti una densità di probabilità;
- b) determinare il valore medio e la varianza della variabile casuale X ;
- c) calcolare la $P(X > 1.5)$.

Esercizio 2

Una compagnia di assicurazioni ritiene che gli assicurati possano essere suddivisi in due classi: a rischio di incidente e non a rischio di incidente. Le loro statistiche mostrano che una persona a rischio avrà un incidente di qualche tipo all'interno di un periodo fissato di un anno con probabilità 0,4, mentre tale probabilità è pari a 0,2 per le persone non a rischio. Supponiamo che il 30 % delle persone sia a rischio, qual è la probabilità che un nuovo assicurato abbia un incidente nel primo anno di polizza? Supponiamo che un nuovo assicurato abbia un incidente entro un anno dalla prima stipulazione della polizza. Qual è la probabilità che sia a rischio?

Esercizio 3

Si consideri l'esperimento consistente nel lanciare due volte una moneta non truccata contrassegnata da Testa e Croce. Sia (X, Y) la variabile casuale doppia così definita:

X : numero di Teste nel primo lancio;

Y : numero di Teste nel secondo lancio;

Con riferimento alla variabile aleatoria doppia (X, Y)

- (a) indicare lo spazio campione relativo all'esperimento;
- (b) indicare i possibili valori della v.a. doppia (X, Y)
- (c) determinare le densità di probabilità marginali;
- (d) determinare la covarianza di X e Y ;
- (e) X e Y sono indipendenti?