

**Ingegneria dell'Informazione**  
**Compito di Calcolo delle Probabilità**  
**24 Settembre 2012**

**Durata della prova: 2 ore e trenta minuti**

**QUESITO TEORICO**

Fornire la definizione di variabili aleatorie indipendenti. Enunciare e dimostrare la legge debole dei grandi numeri.

**Esercizio 1**

Si consideri la funzione

$$f(x) = \begin{cases} 0 & \text{se } x < 0 \\ c x e^{-x^2} & \text{se } x \geq 0. \end{cases}$$

- a) Determinare  $c$  affinché  $f$  risulti una densità di probabilità di una variabile aleatoria assolutamente continua  $X$ .
- b) Calcolare  $P(X < 1)$  e  $P(X \leq 1)$ .

**Esercizio 2**

Una prima urna contiene 4 palline bianche e 3 palline nere e una seconda urna contiene 3 palline bianche e 5 palline nere. Supponiamo di estrarre una pallina dalla prima urna e di riporla, senza guardarla, nella seconda urna; quindi supponiamo di estrarre una pallina dalla seconda urna. Calcolare la probabilità che la pallina estratta dalla seconda urna sia nera.

**Esercizio 3**

Sia  $X$  una variabile aleatoria assolutamente normale di parametri  $\mu = 4$  e  $\sigma^2 = 25$ . Calcolare  $P(X \leq 5)$ ,  $P(X > 3)$ ,  $P(3 < X < 5)$ .