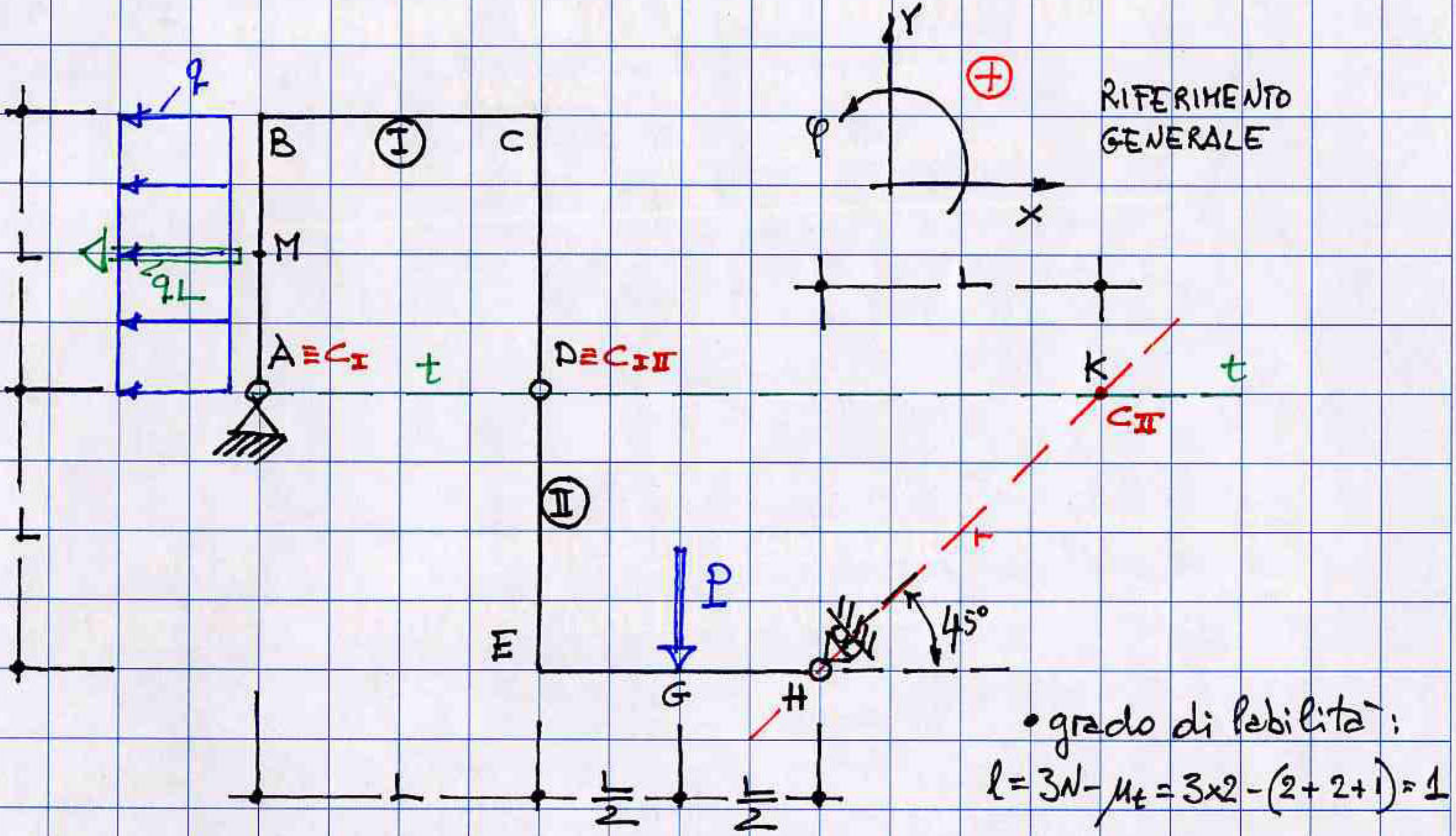
ESERCIZIO #5

DETERMINARE LE CONDIZIONI DI EQUILIBRIO DELLA SEGUENTE CATENA CINEMATICA:



• grado di labilità: $l = 3N - \mu_t = 3 \times 2 - (2+2+1) = 1$

• Individuazione Centri Assoluti e Relativo di rotazione:

CERNIERA A $\rightarrow$ $C_I \equiv A$

CERNIERA D $\rightarrow$ $C_{I,II} \equiv D$

CARRELLO H $\rightarrow$ $C_{II} \in r$ $\Rightarrow$ C_{II} deve inoltre essere allineato con C_I, $C_{I,II}$ cioè $\in t$ $\Rightarrow$ $C_{II} \equiv K$

• Le equazioni di equilibrio dei cinematismi hanno la forma generale $\underline{\underline{C}}^T \underline{F} = \underline{0}$ con $\underline{\underline{C}}^T$:= matrice di equilibrio, $\underline{F}$:= vettore dei carichi (i carichi distribuiti possono essere sostituiti da carichi concentrati equivalenti).

FUSCHI
PISANO
SOFI

- Nel caso in esame, essendo in presenza di una catena cinematica ($\ell = 1$), il sistema $\underline{\underline{C}}^T \underline{F} = \underline{0}$ si riduce all'equazione $\underline{C}^T \underline{F} = 0$ (la matrice di equilibrio è costituita da una sola riga ovvero $\underline{C}$, matrice di compatibilità, è costituita da una sola colonna)_
- Tenendo conto dei versi positivi individuati dal riferimento generale e assumendo:

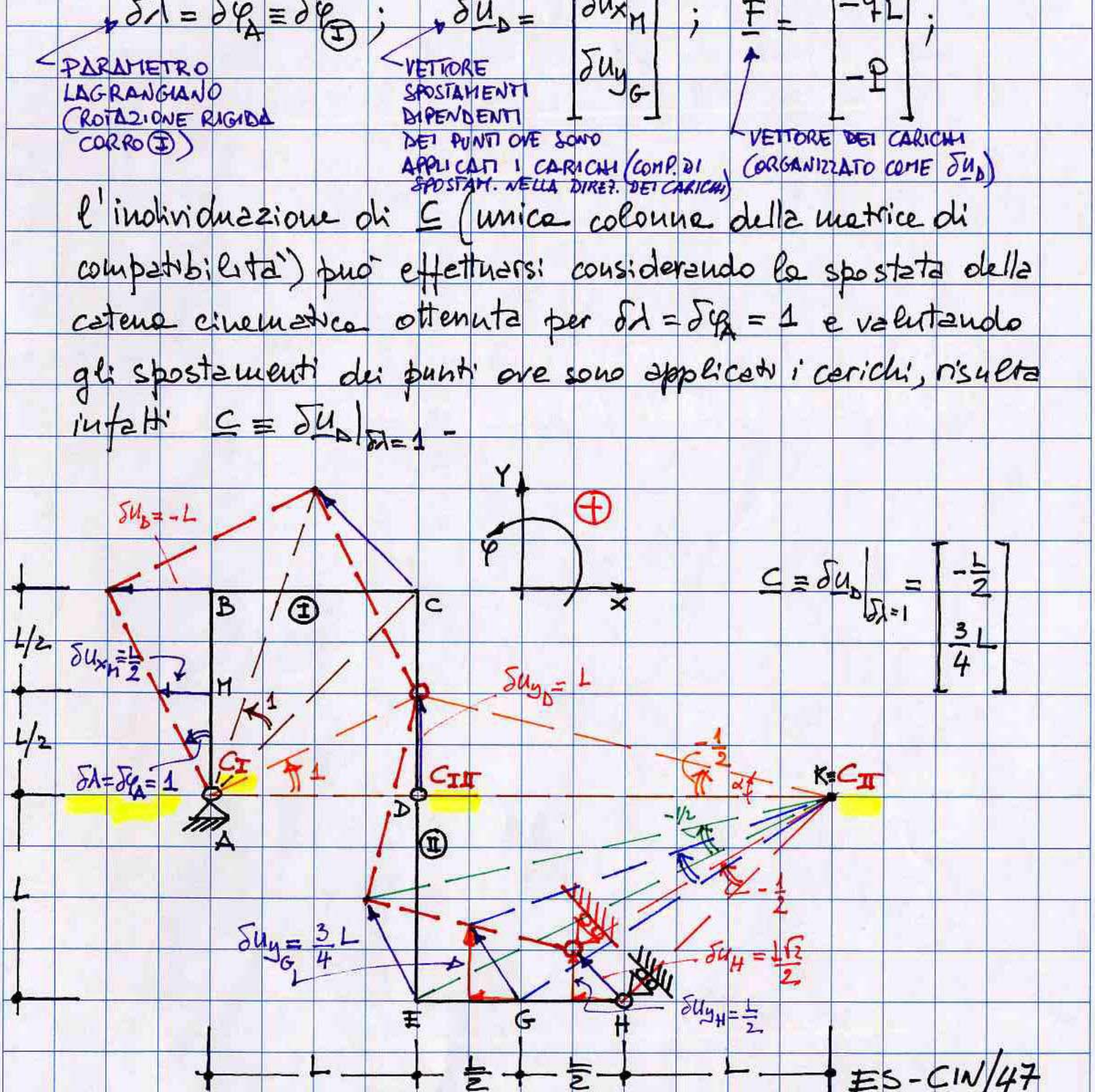
$$\delta\lambda = \delta\varphi_A \equiv \delta\varphi_{(I)} \; ; \quad \delta\underline{u}_D = \begin{bmatrix} \delta u_{x_M} \\ \delta u_{y_G} \end{bmatrix} \; ; \quad \underline{F} = \begin{bmatrix} -qL \\ -P \end{bmatrix} ;$$

PARAMETRO LAGRANGIANO (ROTAZIONE RIGIDA CORPO (I))

VETTORE SPOSTAMENTI DIPENDENTI DEI PUNTI OVE SONO APPLICATI I CARICHI (COMP. DI SPOSTAM. NELLA DIREZ. DEI CARICHI)

VETTORE DEI CARICHI (ORGANIZZATO COME $\delta\underline{u}_D$)

l'individuazione di $\underline{C}$ (unica colonna della matrice di compatibilità) può effettuarsi considerando la spostata della catena cinematica ottenuta per $\delta\lambda = \delta\varphi_A = 1$ e valutando gli spostamenti dei punti ove sono applicati i carichi, risulta infatti $\underline{C} \equiv \delta\underline{u}_D \big|_{\delta\lambda = 1}$ -



$$\underline{C} = \delta\underline{u}_D \big|_{\delta\lambda = 1} = \begin{bmatrix} -\frac{L}{2} \\ \frac{3}{4}L \end{bmatrix}$$

• Note di calcolo

in modulo !

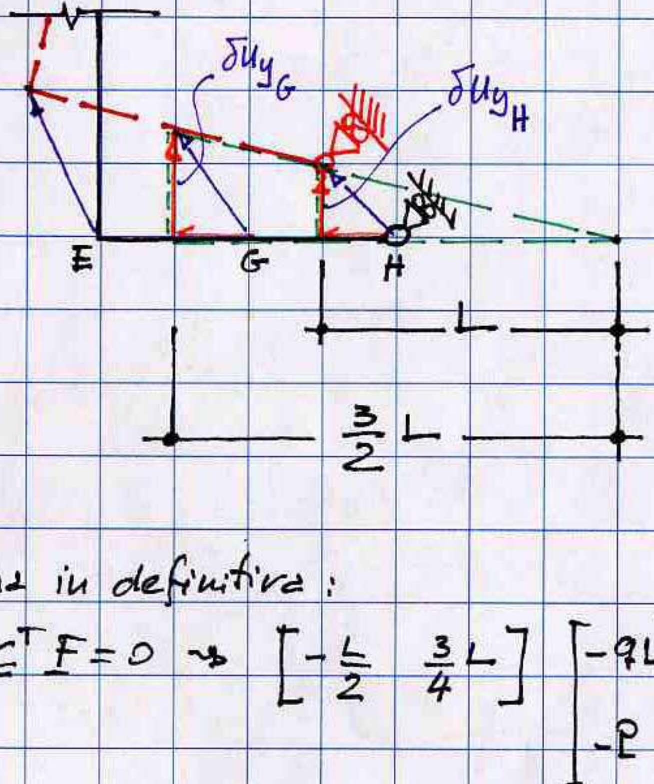
$$\delta u_{x_B} = \bar{AB} \cdot \delta\varphi_A = \bar{AB} \cdot \delta\varphi_{I} = L \cdot 1 = L$$

$$\delta u_{y_D} = \bar{AD} \cdot \delta\varphi_A = \bar{AD} \cdot \delta\varphi_{I} = L$$

$$\alpha \cong tg\alpha = \frac{\delta u_{y_D}}{\bar{DK}} = \frac{L}{2L} = \frac{1}{2} = \frac{\delta\varphi_A}{2}$$

$$\delta u_H = \bar{HK} \cdot tg\alpha = L\sqrt{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{L\sqrt{2}}{2} \Rightarrow \delta u_{y_H} = \delta u_H \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{L}{2}$$

con riferimento alla spostata prima individuata, della quale si riporta solo la porzione di interesse, la determinazione di δu_{y_G} può effettuarsi per similitudine tra due triangoli rettangoli.



$$\delta u_{y_H} : L = \delta u_{y_G} : \frac{3}{2} L$$

$$\delta u_{y_G} = \frac{3}{4} L$$

• Si ha in definitiva:

$$\underline{C}^T \underline{F} = 0 \rightarrow \begin{bmatrix} -\frac{L}{2} & \frac{3}{4}L \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -qL \\ -P \end{bmatrix} = 0 \rightarrow \frac{qL^2}{2} - \frac{3}{4} PL = 0$$

$$\boxed{P = \frac{2}{3} qL}$$

VALORE DI P PER CUI IL SISTEMA (LABILE) È IN EQUILIBRIO !!