1. Determinare $f \circ g$, $g \circ f$ ed i rispettivi domini nel caso in cui:

   a) $f(x) = \ln x \qquad g(x) = x - 2;$

   b) $f(x) = \sqrt{x} \qquad g(x) = 1 - e^x;$

   c) $f(x) = \sqrt{x} \qquad g(x) = x^2 - 5x + 6;$

   d) $f(x) = \ln x \qquad g(x) = e^x;$

   e) $f(x) = \dfrac{x-1}{x+1} \qquad g(x) = e^x.$

2. Si determini il dominio D_f e l'insieme delle immagini $f(D_f)$ nel caso in cui:

   a) $f(x) = x^2 - 3x + 2;$

   b) $f(x) = \sqrt{x^2 - 1};$

   c) $f(x) = |\ln(e^x - 1)|;$

   d) $f(x) = 2 - |x|;$

   e) $f(x) = \dfrac{x-2}{x+2}.$

   Infine, stabilire se f è limitata o no e determinarne gli estremi.
   Suggerimento:

   I) per determinare $f(D_f)$ impostare l'equazione $f(x) = y$ e procedere alla sua risoluzione facendo emergere per quali y l'equazione ammette almeno una soluzione.
   Ad esempio, se fosse $f(x) = |x+3|+7$, si avrebbe che l'equazione $|x+3|+7 = y$ è equivalente a
   $$|x+3| = y - 7.$$
   Quest'ultima è del tipo $|P(x)| = k$ che si ricorda essere possibile solo se $k \geq 0$. Pertanto, dovrà essere
   $$y - 7 \geq 0 \ \Leftrightarrow y \geq 7.$$
   Si conclude che $f(D_f) = [7, +\infty[$ e quindi f non è limitata superiormente, ma ammette minimo assoluto. In particolare:
   $$\sup_{x \in D_f} f(x) = +\infty, \qquad \min_{x \in D_f} f(x) = 7.$$

   II) Oppure aiutarsi considerando le funzioni date come "trasformazione elementare" del grafico di una funzione nota.

3. Dopo averne individuato la legge esplicita, provare a disegnare il grafico delle funzioni
   $$f_1(x) = f(x-2), \qquad f_2(x) = |f_1(x)|$$
   nel caso in cui:

   a) $f(x) = x^2;$

   b) $f(x) = \sqrt{x};$

   c) $f(x) = \ln x;$

Si raccomanda di: curare la simbologia, usare il dovuto rigore nell'esporre e commentare i vari passaggi, curare il lessico da utilizzare in riferimento alle scritture adottate. BUON LAVORO!

d) $f(x) = e^x$;

e) $f(x) = x^3$.

Osservare i grafici ottenuti nei vari casi e, per ognuno di essi, provare a dire quali sono le proprietà di cui gode o non gode f_2 (monotonia o anche solo possibili intervalli di monotonia, limitatezza con eventuali estremi, iniettività, suriettività, simmetria, limiti agli estremi del dominio...).

4. Tenendo presente la simbologia utilizzata a lezione, esplicitare la dimostrare del teorema della permanenza del segno in tutti i casi che si possono verificare tenendo in conto la natura finita/infinita sia del punto di accumulazione x_0 che del limite l. Illustrare, ciascuno dei casi analizzati, utilizzando i grafici delle funzioni elementari avendo cura di descrivere, analiticamente e/o graficamente, un intorno che verifica la tesi del teorema.