

Università di Reggio Calabria
Compito DI GEOMETRIA (6 CFU) TRACCIA A
10 Giugno 2015

Cognome.....Nome.....Matr.....

Gli esercizi vanno svolti con le dovute giustificazioni sul compito.

Esercizio 1 Dato il seguente sistema lineare :

$$\begin{cases} x + 2y = 0 \\ x + ky + kz = k \\ x = 0 \end{cases}$$

- 1) Discutere il sistema al variare del parametro reale k (1,5 punti)
- 2) Trovare le eventuali soluzioni (1,5 punti)

Esercizio 2

Sia data l'applicazione lineare $f : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ così definita, rispetto alla base canonica C nel dominio e nel codominio

$$f(x, y, z) = (2x, x + 2y, x + y + 3z)$$

- a) Stabilire se l'endomorfismo é semplice (1 punto)
- b) Determinare autospazi e una base di autovettori (1,5 punti)
- c) Calcolare $\dim \text{Ker } f$, $\dim \text{Im } f$, una base di $\text{Ker } f$, una base di $\text{Im } f$ (1 punto)
- d) Determinare, se possibile, una matrice diagonale simile ad $M^{C,C}(f)$ ed una matrice P che diagonalizza $M^{C,C}(f)$ (0,5 punti)

Esercizio 3 Fissato nel piano un sistema di coordinate cartesiane ortogonali $\{O; x, y\}$, classificare la seguente conica $3x^2 + 7y^2 + 4xy - 8x - 4y + 9 = 0$ (1 punto)

Esercizio 4 Calcolare il prodotto vettoriale $v \wedge w$, il prodotto scalare $v \cdot w$, dove $v = (1, -1, 9)$ e $w = (4, -1, 6)$. (1 punto).

Esercizio 5 Scrivere le equazioni di due piani ortogonali tra loro. (0,5 punti)

Esercizio 6 Data la retta di equazione in forma parametrica $\begin{cases} x = t + 2 \\ y = 3 - 2t \\ z = 9 - 5t \end{cases}$, scrivere l'equazione di una retta parallela alla retta data

(1 punto).