

Università di Reggio Calabria  
COMPITO DI GEOMETRIA (6 CFU)  
4 Luglio 2014

Cognome.....Nome.....Matr.....

Gli esercizi vanno svolti con le dovute giustificazioni sul compito.

**Esercizio 1** Dato il seguente sistema lineare :

$$\begin{cases} x - ky + 2kz = 1 \\ x - 2y + z = 0 \\ kx + ky = 0 \end{cases}$$

- 1) Discutere il sistema al variare del parametro reale  $k$  (1,5 punto)
- 2) Trovare le eventuali soluzioni (1,5 punto)

**Esercizio 2**

Sia data l'applicazione lineare  $f : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$  così definita

$$f(x, y, z) = (3x + y, -7x + 2y + 3z, 3y + 3z)$$

- a) Verificare che  $f$  è lineare (0,5 punti)
- b) Stabilire se l'endomorfismo è semplice (0,5 punti)
- c) Determinare autospazi e una base di autovettori (0,5 punti)
- d) Calcolare  $\dim \text{Ker } f$ ,  $\dim \text{Im } f$ , una base di  $\text{Ker } f$ , una base di  $\text{Im } f$  (0,5 punti)
- e) Determinare una matrice diagonale simile ad  $M^{B,B}(f)$  ed una matrice  $P$  che diagonalizza  $M^{B,B}(f)$  (dove  $B$  base canonica) (1 punto)

**Esercizio 3** Discutere al variare di  $\alpha$ , il fascio di coniche  $4y^2 - 2\alpha xy - 2\alpha x - 2 = 0$  (2 punti)

**Esercizio 4** Considerati i sottospazi  $W = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : x = y, x + y = 0\}$  e  $V = \{(a, b, c) \in \mathbb{R}^3 : a + b = c\}$  di  $\mathbb{R}^3$  su  $\mathbb{R}$ . Calcolare la dimensione dei due sottospazi (1 punto)

**TEST** Siano date le seguenti matrici  $A = \begin{pmatrix} 5 & 4 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$ ,  $B = \begin{pmatrix} 3 & -2 \\ 3 & 1 \end{pmatrix}$

Dire quali delle seguenti affermazioni risulta VERA :

- A)  $A$  è la matrice di un isomorfismo
  - B)  $A$  e  $B$  sono simili
  - C)  $\rho(B) = 2$
  - D)  $\det(AB) = 4$
- (1 punto)