

1. Sia $f_1(x) = \frac{1}{x}$. Scrivere l'espressione analitica ed il relativo grafico qualitativo di ciascuna delle seguenti funzioni

$$f_1(x), \quad f_2(x) = f_1(x) - 1, \quad f_3(x) = f_2(x - 2),$$

$$f_4(x) = f_3(|x|), \quad f_5(x) = |f_4(x)|.$$

Commentare il grafico di f_5 (provando ad evidenziare tutte le proprietà di cui gode o non gode f_5) e stabilire, se possibile, il numero di soluzioni dell'equazione $f_5(x) = 2$.

2. Sia $f_1(x) = \ln x$. Scrivere l'espressione analitica ed il relativo grafico qualitativo di ciascuna delle seguenti funzioni

$$f_1(x), \quad f_2(x) = f_1(x + 1), \quad f_3(x) = |f_2(x)|,$$

$$f_4(x) = f_3(-x), \quad f_5(x) = f_4(|x|).$$

Commentare il grafico di f_5 (valgono le medesime indicazioni dell'esercizio precedente) e stabilire il numero di soluzioni dell'equazione $f_5(x) = 6$.

3. Provare a svolgere nuovamente i due esercizi precedenti scambiando la scelta di f_1 o anche modificandola e partendo con f_1 funzione elementare di altro tipo (e^x , \sqrt{x} , $\arctan x$, ...).

4. Si consideri l'insieme $A = \{\frac{1}{n} : n \in \mathbb{N}, n \neq 0\}$. Determinare:

- $\overset{\circ}{A}$ (l'interno di A);
- ∂A (la frontiera di A);
- DA (il derivato di A , cioè l'insieme dei punti di accumulazione di A).

5. Ripetere l'esercizio precedente nel caso in cui A è l'insieme di tutti i numeri razionali.

6. Determinare il campo di esistenza X delle seguenti funzioni e, in ogni caso, esplicitare $\overset{\circ}{X}$, ∂X , DX :

a) $f(x) = \arcsin \frac{x+3}{x-2}$;

b) $f(x) = e^{\sqrt{\frac{x^2+5x+4}{x-3}}}$;

c) $f(x) = \ln(x + \sqrt{1+x^2})$; (Come si chiama questa funzione?)

d) $f(x) = \sqrt{\ln\left(\frac{x}{x^2+1}\right)}$;

e) $\sqrt{e^{x^2-5x+7} - 1}$.

7. Facendo uso della definizione di *valore assoluto*, provare a disegnare il grafico delle seguenti funzioni:

a) $f_1(x) = x \cdot |x|$;

b) $f_2(x) = \frac{|x| + x}{2}$; (funzione detta parte positiva e si denota con il simbolo x^+)

c) $f_2(x) = \frac{|x| - x}{2}$. (funzione detta parte negativa e si denota con il simbolo x^-)

Osservare che $|x| = x^+ + x^-$ e che $x = x^+ - x^-$.

Iniziare a **prendere visione** della tabella dei limiti notevoli e provare a memorizzarla

Si raccomanda di: curare la simbologia, usare il dovuto rigore nell'espone e commentare i vari passaggi, curare il lessico da utilizzare in riferimento alle scritture adottate. BUON LAVORO!