1. A partire dalla definizione generale di limite di funzione, calcolare, ammesso che esistano, i seguenti limiti:

$$x^3,\ \frac{1}{x^3},\ \frac{1}{x^4},\ x^2+x+1,\ \frac{x}{|x|}\ln(x+1), (e^x-1)\sin\left(\frac{1}{x}\right) \qquad x\to 0.$$

Giustificare, i risultati ottenuti utilizzando, se applicabile, il teorema sull'esistenza del limite di funzioni monotone. Illustrare, attraverso un grafico, il significato geometrico dei limiti analizzati.

2. Calcolare, ammesso che esistano, i seguenti limiti

$$1)\ \lim_{x\to+\infty}\sqrt{\frac{x^4-x}{x+\sin x}},\qquad 2)\ \lim_{x\to+\infty}(1+\cos x)\ln(x),\qquad 3)\ \lim_{x\to+\infty} 3^{\frac{x-x^3}{4+108x2+2x^3}}$$

3. Verificare se esistono dei parametri λ e μ per i quali risulti continua in $x=0$ la funzione:

$$f(x)=\begin{cases}\dfrac{\arctan(\lambda x+x^4)}{e^{\lambda^3 x}-1}, & \text{se } x>0;\\ 1, & \text{se } x=0;\\ \dfrac{\ln(1+\sin\mu x)}{\sin((\mu^2+1)x)}, & \text{se } x<0.\end{cases}$$

Ripetere l'esercizio per la funzione

$$f(x)=\begin{cases}\dfrac{e^{\lambda^3 x}-1}{\arctan(\lambda x+x^4)}, & \text{se } x>0;\\ 1, & \text{se } x=0;\\ \dfrac{\sin((\mu^2+1)x)}{\ln(1+\sin\mu x}, & \text{se } x<0.\end{cases}$$

4. Studiare, al variare del parametro reale λ, il carattere delle seguenti serie:

$$\sum_{n=1}^{\infty}\frac{\lambda}{(1-\lambda^2)^n},\quad \sum_{n=2}^{\infty}\left(\left|\frac{\lambda-1}{1+\lambda}\right|\right)^n,\quad \sum_{n=1}^{\infty}\left(\frac{1-\sin\lambda}{1+\cos\lambda}\right)^n.$$

Nei casi di convergenza, calcolarne la somma e, se possibile, stabilire se esistono dei valori dei parametri per i quali la somma sia massima o minima.

5. Scrivere in bella copia la dimostrazione del teorema sull'esistenza del limite per una successione monotona.

6. Scrivere in bella copia la dimostrazione del teorema relativo al carattere di una serie geometrica, giustificando tutti i passaggi.

Iniziare a ***prendere visione*** della tabella dei limiti notevoli e provare a memorizzarla
Si raccomanda di: curare la simbologia, usare il dovuto rigore nell'esporre e commentare i vari passaggi, curare il lessico da utilizzare in riferimento alle scritture adottate. BUON LAVORO!