

1. Assegnata la funzione $f(x, y) = x^2 - \sqrt{x^2 + y^2 - 9}$, si risponda alle seguenti problematiche:

- determinare il dominio D di f e stabilire se è aperto, chiuso, limitato o non limitato, esplicitando ∂D ;
- dire se f è continua e discutere la differenziabilità;
- calcolare $\frac{\partial}{\partial v} f(4, 1)$ nel caso $v = (-2, 2)$;
- scrivere l'equazione del piano π tangente alla superficie $z = f(x, y)$ nel punto $(4, 1, f(4, 1))$;
- ricercare gli eventuali punti di estremo relativo ed assoluto;
- facendo uso del punto precedente, dire se f è limitata in D .

2. Assegnata la seguente equazione differenziale

$$y'' - 4y' + 3y = \cos 2x, \quad (\heartsuit)$$

- risolvere l'equazione omogenea associata a (\heartsuit) ;
- determinare una soluzione particolare di (\heartsuit) ;
- determinare la soluzione di (\heartsuit) che soddisfa le condizioni $y(0) = 1$, $y'(0) = \frac{1}{2}$.

3. Calcolare il seguente integrale

$$\iiint_A \frac{z}{x^2 + y^2 + z^2} dx dy dz,$$

nel caso in cui $A = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : 1 \leq x^2 + y^2 + z^2 \leq 9, z \geq 0\}$.

4. Sia $\omega(x, y) = ax^3y^2 dx + 3x^4y dy$ una forma differenziale. Affrontare le seguenti problematiche:

- determinare gli eventuali valori di $a \in \mathbb{R}$ per cui w è esatta;
- quando possibile, calcolare un potenziale di ω .

5. Studiare la convergenza della seguente serie di potenze $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x-5)^n}{n}$ e, quando possibile, determinarne la somma.

1. Assegnata la funzione $f(x, y) = \log(3x^2 - y^2)$, si risponda alle seguenti problematiche:

- determinare il dominio D di f e stabilire se è aperto, chiuso, limitato o non limitato, esplicitando ∂D ;
- dire se f è continua e discutere la differenziabilità;
- calcolare $\frac{\partial}{\partial v} f(1, 1)$ nel caso $v = (-3, 1)$;
- scrivere l'equazione del piano π tangente alla superficie $z = f(x, y)$ nel punto $(1, 1, f(1, 1))$;
- ricercare gli eventuali punti di estremo relativo ed assoluto;
- facendo uso del punto precedente, dire se f è limitata in D .

2. Assegnata la seguente equazione differenziale

$$y'' + y' - 2y = \cos 3x, \quad (\heartsuit)$$

- risolvere l'equazione omogenea associata a (\heartsuit) ;
- determinare una soluzione particolare di (\heartsuit) ;
- determinare la soluzione di (\heartsuit) che soddisfa le condizioni $y(0) = 0$, $y'(0) = 1$.

3. Calcolare il seguente integrale

$$\iiint_A \cos z (x^2 + y^2)^2 \, dx dy dz,$$

nel caso in cui $A = \left\{ (x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : x^2 + y^2 \leq 4, \frac{\pi}{3} \leq z \leq \pi \right\}$.

4. Sia $\omega(x, y) = 6x^5y^6 \, dx + (8a - 1)x^6y^5 \, dy$ una forma differenziale. Affrontare le seguenti problematiche:

- determinare gli eventuali valori di $a \in \mathbb{R}$ per cui w è esatta;
- quando possibile, calcolare un potenziale di ω .

5. Studiare la convergenza della seguente serie di potenze $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{(x+e)^n}{n}$ e, quando possibile, determinarne la somma.