Prof.ssa Matilde Pietrafesa

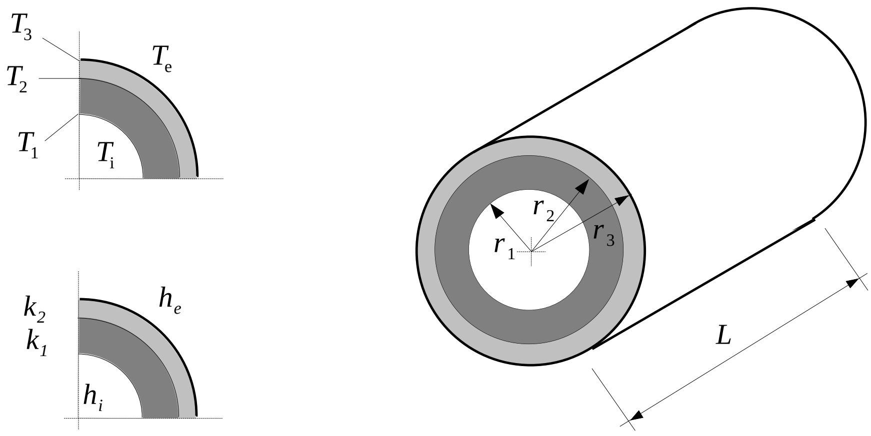
Fisica Tecnica Ambientale
Energetica Civile ed Industriale

ESERCIZI SVOLTI

CONVEZIONE

Esercizio 1

Del vapor d'acqua alla temperatura T_i = 120°C scorre in un tubo d'acciaio avente temperatura interna T_1 = 117°C. Il tubo ha raggio interno r_1 = 5 cm ed esterno r_2 = 5.5 cm ed è ricoperto da uno strato di 2.5 cm di isolante. Il coefficiente di scambio convettivo interno vale: h_i = 100 W/m^{2}K mentre quelli di conducibilità termica dell'acciaio e dell'isolante k_1 = 45 W/mK e k_2 = 0.07 W/mK. Sapendo che il tubo è esposto ad aria a temperatura T_e = 17°C, determinare le due temperature interfacciali dell'isolante T_1 e T_2 ed il numero di Nusselt per la convezione naturale dell'aria esterna.



Le temperature interfacciali dell'isolante T_2 e T_3 si ricavano dalle espressioni della potenza termica, scritte rispettivamente per la conduzione nel cilindro interno ed in quello esterno,

$$q = \frac{(T_1 - T_2)}{\dfrac{\ln(r_2/r_1)}{2\pi k_1 L}} \Rightarrow T_2 = T_1 - \frac{q \cdot \ln(r_2/r_1)}{2\pi\ k_1 L}$$

$$q = \frac{(T_2 - T_3)}{\dfrac{\ln(r_3/r_2)}{2\pi k_2 L}} \Rightarrow T_3 = T_2 - \frac{q \cdot \ln(r_3/r_2)}{2\pi\ k_2 L}$$

Occorre preventivamente determinare $\frac{q}{L}$. Essendo il flusso stazionario, si può ricavare per la convezione del fluido interno.

$$q = h_i A(T_i - T_1) = h_i 2\pi r_i L(T_i - T_1) \quad \text{da cui}$$

$$\frac{q}{L} = 2\pi\ r_1 h_i (T_i - T_1) = 2\pi \cdot 0.05m \cdot 100 \frac{W}{m^2 K} \cdot 3K = 94.2 \frac{W}{m}\ .$$

Sostituendo:

$$T_2 = T_1 - \frac{q \cdot \ln(r_2/r_1)}{2\pi\ k_1 L} \Rightarrow T_2 = 117°C - \frac{94.2\frac{W}{m} \cdot \ln\left(\frac{0.055m}{0.05m}\right)}{2\pi \cdot 45\frac{W}{mK}} \cong 117°C$$

Considerata l'elevata conducibilità termica dell'acciaio ed il piccolo spessore del tubo, il salto termico sulle due facce non risulta apprezzabile.

$$T_3 = T_2 - \frac{q \cdot \ln(r_3/r_2)}{2\pi\ k_2 L} \Rightarrow T_3 = 117°C - \frac{94.2\frac{W}{m} \cdot \ln\left(\frac{0.080m}{0.055m}\right)}{2\pi\, 0.07\frac{W}{mK}} = 36.7°C$$

Il numero di Nusselt per la convezione esterna vale:

$$Nu = \frac{h_e D}{k_{aria}}$$

dove k_{aria} si legge dalle tabelle alla temperatura media

$$T_m = \frac{T_3 + T_e}{2} = \frac{36.7°C + 17°C}{2} = 26.9°C\,.$$

Leggendo il valore alla temperatura di 27°C si trova: $k_{aria} = 0{,}02622\frac{W}{mK}$ mentre h_e si può ricavare dall'espressione del flusso termico, in particolare quello convettivo esterno. Si ha:

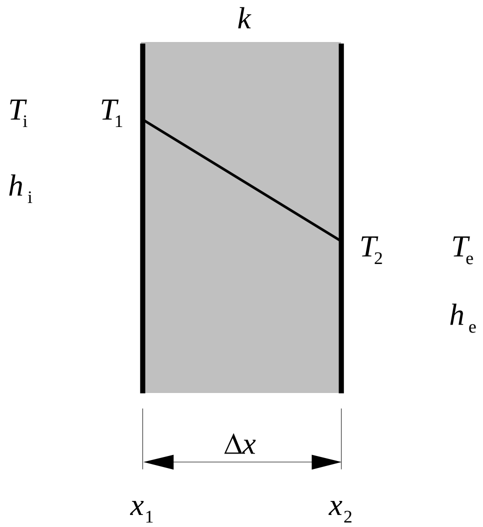
$$\frac{q}{L} = 2\pi\ r_3 h_e (T_3 - T_e) \Rightarrow h_e = \frac{q}{2\pi r_3 L(T_3 - T_e)} = \frac{94.2\frac{W}{m}}{2\pi \cdot 0{,}08m \cdot (36.7 - 17)K} = 9.5\ \frac{W}{m^2 K}$$

da cui:

$$Nu = \frac{h_e D}{k_{aria}} = \frac{9.5\frac{W}{m^2K} \cdot 0.16m}{0.02622\frac{W}{mK}} = 58$$

Esercizio 2

Un muro di calcestruzzo spesso 15 cm ed alto 3 m, avente conducibilità termica k = 0.87 W/mK, è esposto dal lato interno ad aria a temperatura T_i = 34°C e dal lato esterno ad aria a temperatura T_e = 0°C. La sua temperatura sul lato interno è T_1 = 20°C ed il coefficiente di trasporto convettivo per l'aria esterna h_e = 53 W/m²K. Determinare il flusso termico per unità di area q/A.



$$\frac{q}{A} = \frac{T_i - T_e}{\frac{1}{h_i} + \frac{\Delta x}{k} + \frac{1}{h_e}}$$

Bisogna determinare h_i : essendo

$$Nu = \frac{h_i L}{k} \Rightarrow h_i = \frac{Nu \cdot k}{L}$$

occorre valutare Nu e leggere k dalle tabelle. Essendo la convezione naturale si ha:

$Nu = c \cdot (Gr \cdot \mathrm{Pr})^n$ con

$$\mathrm{Pr} = \frac{\upsilon}{\alpha}$$

$$Gr = \frac{g\beta\, L^3 \Delta T}{\upsilon^2}$$

υ, α e K si ricavano dalle tabelle alla temperatura:

$T_m = \frac{T_i + T_1}{2} = \frac{34°C + 20°C}{2} = 27°C$. Si legge:

$$\upsilon = 1.5682 \cdot 10^{-5} \frac{m^2}{s}$$

$$\alpha = 2.2160 \cdot 10^{-5} \frac{m^2}{s}$$

k = 0.02622 $\frac{W}{mK}$

da cui:

$$\Pr = \frac{\upsilon}{\alpha} = \frac{1.5682 \cdot 10^{-5} \frac{m^2}{s}}{2.2160 \cdot 10^{-5} \frac{m^2}{s}} = 0.708$$

$$Gr = \frac{g\beta\ L^3 \Delta T}{\upsilon^2} = \frac{9.8 \frac{m}{s^2} \cdot \frac{1}{300K} \cdot 14K \cdot 27m^3}{(1.5682 \cdot 10^{-5} \frac{m^2}{s})^2} = 0.502 \cdot 10^{11}$$

$$Gr \Pr = (0.502 \cdot 0.708) \cdot 10^{11} = 0.355 \cdot 10^{11}.$$

In corrispondenza sulla tabella relativa alla convezione naturale si legge:

$c = 0.13; \quad n = \frac{1}{3}$ e

$$Nu = 0.13(0.355 \cdot 10^{11})^{1/3} = 420.7$$

da cui:

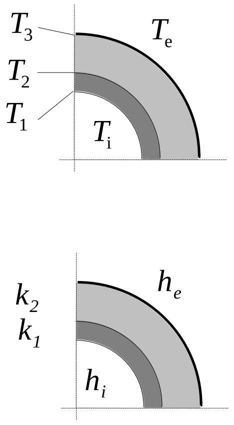
$$h_i = \frac{Nu \cdot k}{L} = \frac{420.7 \cdot 0.02622 \frac{W}{mK}}{3m} = 3.67 \ \frac{W}{m^2 K}$$

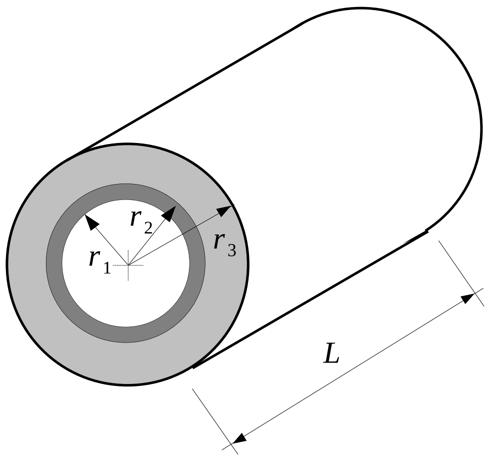
$$\frac{q}{A} = \frac{T_i - T_e}{\frac{1}{h_i} + \frac{\Delta x}{k} + \frac{1}{h_e}} = \frac{34K}{\frac{1}{3.67 \frac{W}{m^2 K}} + \frac{0.15m}{0.87 \frac{W}{mK}} + \frac{1}{53 \frac{W}{m^2 K}}} = 74.07 \frac{\mathrm{W}}{\mathrm{m}^2}$$

Esercizio 3

Del vapor d'acqua alla temperatura T_i = 130°C scorre alla velocità v = 10 cm/s in un tubo d'acciaio avente temperatura interna T_1 = 110°C e raggi interno ed esterno rispettivamente pari a: r_1 = 10 ed r_2 = 11 cm. Il tubo è rivestito di uno strato di 3 cm di amianto ed è esposto ad aria avente coefficiente di scambio convettivo h_e = 12 W/m²K.

Sapendo che le conducibilità termiche dell'acciaio e dell'amianto valgono rispettivamente k_1 = 45 W/mK e k_2 = 0.17 W/mK, calcolare il valore del coefficiente globale di scambio termico U.





E':

$$U = \frac{1}{\frac{r_3}{r_1 h_i} + \frac{r_3 \ln(r_2/r_1)}{k_1} + \frac{r_3 \ln(r_3/r_2)}{k_2} + \frac{1}{h_e}}$$

Bisogna determinare h_i. Si ha:

$Nu = \frac{h_i D}{k} \Rightarrow h_i = \frac{Nuk}{D}$ dove, previa verifica dei valori di Re e Pr, Nu si può calcolare utilizzando l'espressione:

$$Nu = 0.023 \cdot \mathrm{Re}^{0.8} \cdot \mathrm{Pr}^{1/3}$$

valida per il flusso entro tubi per i seguenti intervalli di valori di Reynolds e Prandtl:

10000 < Re < 100000 0.5 < Pr < 100.

Occorre pertanto valutare *Pr* e *Re*. Si ha:

$$\mathrm{Pr} = \frac{\upsilon}{\alpha}; \quad \mathrm{Re} = \frac{vd}{\upsilon}$$

υ, α e k si ottengono dalle tabelle alla temperatura

$$T_m = \frac{T_i + T_1}{2} = \frac{130°C + 110°C}{2} = 120°C$$

$$\upsilon = 2.47 \cdot 10^{-7} \frac{m^2}{s}$$

$$\alpha = 17.08 \cdot 10^{-8} \frac{m^2}{s}$$

$$k = 0.685 \frac{W}{mK}$$

da cui:

$$\Pr = \frac{\upsilon}{\alpha} = \frac{2.47 \cdot 10^{-7} \frac{m^2}{s}}{17.08 \cdot 10^{-8} \frac{m^2}{s}} = 1.446$$

$$\mathrm{Re} = \frac{vd}{\upsilon} = \frac{0.1 \frac{m}{s} \cdot 0.2m}{2.47 \cdot 10^{-7} \cdot \frac{m^2}{s}} = 80971.6$$

Poichè sia il valore di Reynolds che quello di Prandtl rientrano nel range indicato si può valutare Nusselt utilizzando l'espressione precedente:

$$Nu = 0.023 \cdot \mathrm{Re}^{0.8} \cdot \Pr^{1/3} = 0.023(80971.6)^{0.805}(1.446)^{1/3} = 219.5$$

e quindi:

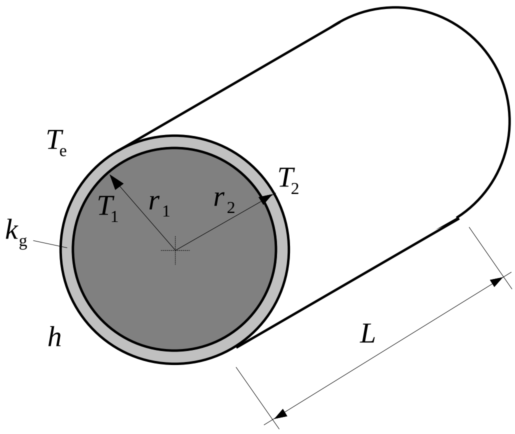
$$h_i = \frac{Nuk}{D} = \frac{219.5 \cdot 0.685 \frac{W}{mK}}{0.2m} = 751.8 \frac{W}{m^2 K}$$

$$U = \frac{1}{\frac{r_3}{r_1 h_i} + \frac{r_3 \ln(r_2/r_1)}{k_1} + \frac{r_3 \ln(r_3/r_2)}{k_2} + \frac{1}{h_e}} =$$

$$= \frac{1}{\frac{0.13m}{0.1m \cdot 751.8 \frac{W}{m^2 K}} + \frac{0.13m \cdot \ln(0.11m / 0.10m)}{45 \frac{W}{mK}} + \frac{0.13m \cdot \ln(0.13m / 0.11m)}{0.17 \frac{W}{mK}} + \frac{1}{12 \frac{W}{m^2 K}}} = 4.7 \frac{W}{m^2 K}$$

Esercizio 4

Un conduttore di rame, avente diametro d = 1.8 mm e resistenza elettrica R = 0.065 Ω/m, è isolato da una guaina dello spessore di 1 mm ed esposto ad aria alla temperatura T_e = 20°C.
Sapendo che la temperatura esterna della guaina è T_g = 84°C e che il suo coefficiente di conducibilità termica k_g = 0.118 W/mK, determinare lo spessore critico r_{cr} dell'isolante e la corrente i che attraversa il conduttore.



Per valutare lo spessore critico occorre calcolare la quantità:

$$r_{cr} - r_1 = \frac{k_g}{h} - \frac{d_1}{2}$$

Bisogna determinare *h*. Essendo

$$Nu = \frac{hL}{k} \Rightarrow h = \frac{Nu \cdot k}{L} \quad \text{con } Nu = c \cdot (Gr \cdot \mathrm{Pr})^n$$

Si ha:

$$\mathrm{Pr} = \frac{\upsilon}{\alpha} \ ; \ Gr = \frac{g\beta\ L^3 \Delta T}{\upsilon^2}.$$

υ, α e *k* si ricavano dalle tabelle alla temperatura:

$$T_m = \frac{T_g + T_a}{2} = \frac{84°C + 20°C}{2} = 52°C$$

(mediando fra i valori relativi a 27°C e 77°C)

$$\upsilon = 1.8213 \cdot 10^{-5} \frac{m^2}{s}$$

α = 2.5996 $\cdot 10^{-5}\,\frac{m^2}{s}$

k = 0.028115 $\frac{W}{mK}$

da cui:

$$\Pr = \frac{\upsilon}{\alpha} = \frac{1.8213 \cdot 10^{-5}\ \frac{m^2}{s}}{2.5996 \cdot 10^{-5}\ \frac{m^2}{s}} = 0.7006$$

$$Gr = \frac{g\beta\ L^3 \Delta T}{\upsilon^2} = \frac{\left(9.8\frac{m}{\sec^2}\right)\left(\frac{1}{325}K^{-1}\right)(64K)\left(3.8\cdot 10^{-3}m\right)^3}{\left(1.8213\cdot 10^{-5}\ \frac{m^2}{\sec}\right)^2} = 319.23$$

$$Gr \cdot \Pr = 223.65$$

Poiché il prodotto $Gr\Pr$ ricade nel range $10^{-1} < Gr\Pr < 10^4$ è necessario fare riferimento ad un diagramma, che riporta il $\log Nu$ in funzione del $\log(Gr\Pr)$, dal quale in corrispondenza al valore individuato si legge:

$\log Nu = 0.4$ da cui

$Nu = 2.51$ e quindi

$$h = \frac{Nu \cdot k}{L} = \frac{2.51 \cdot 0.0281\frac{W}{mK}}{3.8\cdot 10^{-3}m} = 18.57\ \frac{W}{m^2K}\ .$$

$$r_{cr} - r_1 = \frac{k_g}{h} - \frac{d_1}{2} = \frac{0.118\,\frac{W}{mK}}{18.57\ \frac{W}{m^2K}} - \frac{1.8\cdot 10^{-3}m}{2} = 5.45 \text{ mm}$$

Inoltre: $i = \sqrt{\frac{q}{R}}$

con $q = hA\Delta T = 2\pi r_2 Lh(T_e - T_2)$.

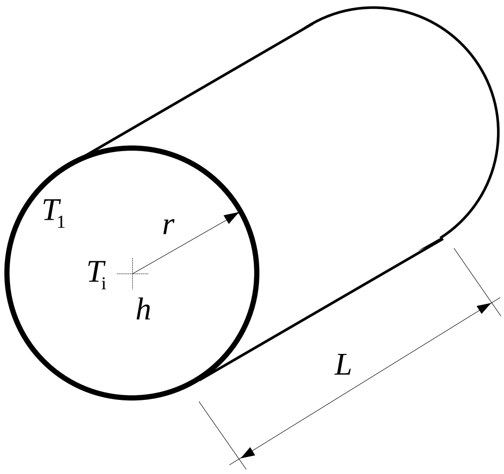
$$\frac{q}{L} = 2\pi r_2 h(T_e - T_2) = 2\pi \cdot 1.9\cdot 10^{-3}m\cdot 18.57\ \frac{W}{m^2K^4}\cdot 64K = 14.19\,\frac{W}{m}$$

si ha:

$$i = \sqrt{\frac{q/L}{R/L}} = \sqrt{\frac{14.19W/m}{0.065\Omega/m}} = 14.77A$$

Esercizio 5

Un tubo avente diametro interno d_1 = 25 mm e lunghezza L = 3 m, è percorso ad una velocità media v = 15 m/s da una corrente d'aria alla temperatura T_i = 220°C, avente una portata G = 6 g/s. Determinare la diminuzione di temperatura subita dal fluido nel condotto, supponendo di ritenere costante il flusso termico della parete e la differenza di temperatura fluido- parete, pari a 20°C (c_p = 1.005 kJ/kgK).



Essendo:

$$q = Gc\Delta T \Rightarrow \Delta T = \frac{q}{Gc}.$$

Occorre determinare *q*.

$$q = hA\Delta T = 2\pi rLh\Delta T.$$

Per valutare h si determina il numero di Nusselt $Nu = \dfrac{h\,D}{k}$.

Essendo la convezione forzata, *Nu* si può calcolare, previa verifica dei valori di *Re* e *Pr*, utilizzando l'espressione valida per il flusso entro tubi:

$$Nu = 0.023 \cdot \mathrm{Re}^{0.8} \cdot \mathrm{Pr}^{1/3}$$

utilizzabile per valori di Reynolds e Prandtl compresi nei seguenti intervalli:

$$10000 < \mathrm{Re} < 100000 \qquad\qquad 0.5 < \mathrm{Pr} < 100.$$

Si ha:

$$\mathrm{Pr} = \frac{\upsilon}{\alpha}; \quad \mathrm{Re} = \frac{vd}{\upsilon}$$

dove υ, α e *k* si leggono sulle tabelle alla temperatura media all'ingresso del canale.
Essendo il salto termico fluido – parete pari a 20°C, si trova

$T_1 = 220°C - 20°C = 200°C$, da cui:

$$T_m = \frac{T_i + T_1}{2} = \frac{220°C + 200°C}{2} = 210°C \ .$$

Si trova:

υ= $3.4828 \cdot 10^{-5} \frac{m^2}{s}$

α = $5.1077 \cdot 10^{-5} \frac{m^2}{s}$

k = $0.03923 \ \frac{W}{mK}$

e quindi:

$$\Pr = \frac{\upsilon}{\alpha} = \frac{3.4828 \cdot 10^{-5} \ \frac{m^2}{s}}{5.1077 \cdot 10^{-5} \ \frac{m^2}{s}} = 0.68$$

$$\mathrm{Re} = \frac{vd}{\upsilon} = \frac{15\frac{m}{s} \cdot 0.025m}{3.4828 \cdot 10^{-5} \ \frac{m^2}{s}} = 10767$$

Poiché i valori di Reynolds e Prandtl ottenuti ricadono nel range prescritto, si ha:

$$Nu = 0.023 \cdot \mathrm{Re}^{0.8} \cdot \Pr^{1/3} = 0.023(10767)^{0.805}(0.68)^{1/3} = 34$$

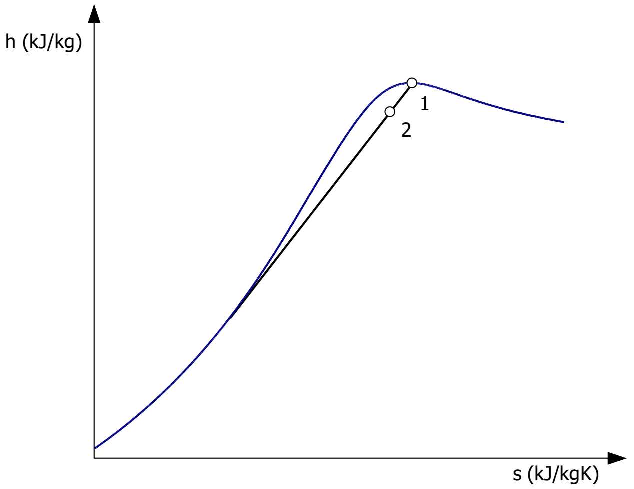
$$h = \frac{Nuk}{d} = \frac{34 \cdot (0.03923\frac{W}{mK})}{0.025m} = 53.35 \ \frac{W}{m^2 K}$$

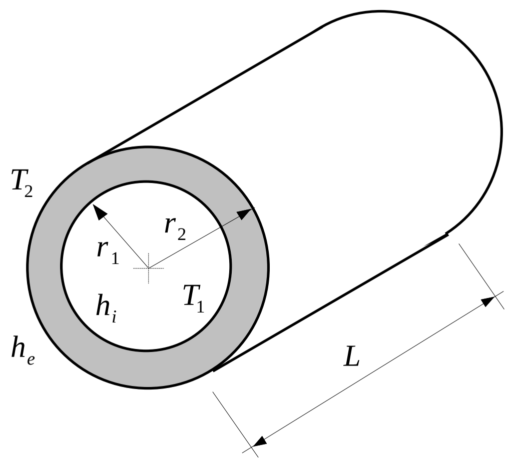
$$q = 2\pi rLh\Delta T = 2\pi \cdot 0.0125m \cdot 3m \cdot 53{,}3 \cdot \frac{W}{m^2 K} \cdot 20°C = 251.3 \text{ W}$$

$$\Delta T = \frac{q}{Gc} = \frac{251.3W}{6 \cdot 10^{-3} \ \frac{kg}{s} \cdot 1005\frac{J}{kgK}} = 41.7°C$$

Esercizio 6

Del vapor d'acqua saturo secco alla pressione p = 12 bar fluisce, con portata G = 1 kg/s, all'interno di un tubo di acciaio di lunghezza L = 15000 m, avente raggio interno r_1 = 6 cm e spessore 3 cm, esposto ad aria alla temperatura T_i = 20°C.
Sapendo che il coefficiente di conducibilità termica dell'acciaio k_1 = 44 W/mK e che i coefficienti di scambio convettivo del vapore e dell'aria valgono rispettivamente h_i = 2.5 e h_e = 7.5 W/m²K, determinare il titolo x del vapore all'uscita del condotto.





Si può determinare il titolo del vapore all'uscita del condotto conoscendone il valore dell'entalpia. Questa può a sua volta ottenersi valutando lo scambio termico del fluido. Essendo:

$$q = h_2 - h_1 \Rightarrow h_2 = h_1 - q \, .$$

Leggendo sulle tabelle il valore di h_1 alla pressione di 12 bar si trova: $h_1 = 2782.8 \frac{kJ}{kg}$, mentre il calore ceduto dal vapore si valuta come $q = \frac{q'}{G}$ in cui *q'* può ottenersi dall'espressione:

$$q' = UA\Delta T = \frac{2\pi \; r_2 L (T_v - T_a)}{\frac{r_2}{r_1 h_i} + \frac{r_2 \ln(r_2/r_1)}{k_2} + \frac{1}{h_e}} \, .$$

Dalle tabelle del vapore saturo la temperatura del vapore per $p = 12\,bar$ risulta $T_v = 188°C$. Pertanto:

$$q' = \frac{2\pi \cdot 0.09m \cdot 1500m \cdot (188-20)K}{\frac{0.09m}{0.06m \cdot 2.5 \frac{W}{m^2 k}} + \frac{0.09m \cdot \ln(0.09m/0.06m)}{44 \frac{W}{mk}} + \frac{1}{7.5 \frac{W}{m^2 k}}} = 194.1kW \text{ e}$$

$$q = \frac{q'}{G} = \frac{194kW}{1\frac{kg}{s}} = 194\frac{kJ}{kg}$$

Infine

$h_2 = h_1 - q = 2782.8\frac{kJ}{kg} - 194.1\frac{kJ}{kg} = 2588.7\frac{kJ}{kg}$ ed essendo:

$$h_2 = h_{2l}(1-x) + h_{2v}x = 798.6\frac{kJ}{kg}(1-x) + 2782.8\frac{kJ}{kg}x$$

$\Rightarrow$ x = 0.9