

1. Assegnata la funzione  $f(x, y) = \sqrt{x^2 + y^2 - 9}$ , si risponda alle seguenti problematiche:

- determinare il dominio  $D$  di  $f$  e stabilire se è aperto, chiuso, limitato o non limitato, esplicitando  $\partial D$ ;
- dire se  $f$  è continua e discutere la differenziabilità;
- calcolare  $\frac{\partial}{\partial v} f(4, 0)$  nel caso  $v = (1, -1)$ ;
- scrivere l'equazione del piano  $\pi$  tangente alla superficie  $z = f(x, y)$  nel punto  $(4, 0, f(4, 0))$ ;
- ricercare gli eventuali punti di estremo relativo ed assoluto;
- facendo uso del punto precedente, dire se  $f$  è limitata in  $D$ .

2. Assegnata la seguente equazione differenziale

$$y'' + 5y' + 6y = 4 + 2x + e^{3x}, \quad (\heartsuit)$$

- risolvere l'equazione omogenea associata a  $(\heartsuit)$ ;
- determinare una soluzione particolare di  $(\heartsuit)$ ;
- determinare la soluzione di  $(\heartsuit)$  che soddisfa le condizioni  $y(0) = 0$ ,  $y'(0) = 1$ .

3. Calcolare il seguente integrale

$$\iiint_A \frac{x^2 y z}{x^2 + y^2} dx dy dz,$$

nel caso in cui  $A = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : 1 \leq x^2 + y^2 \leq 9, x \geq 0, y \geq 0, 0 \leq z \leq 4\}$ .

4. Sia  $\omega(x, y) = 2ax \cos y dx + 3x^2 \sin y dy$  una forma differenziale. Affrontare le seguenti problematiche:

- determinare gli eventuali valori di  $a \in \mathbb{R}$  per cui  $w$  è esatta;
- quando possibile, calcolare un potenziale di  $\omega$ .

5. Studiare la convergenza della seguente serie di potenze  $\sum_{n=0}^{\infty} (x^2 - 2)^n$  e, ove possibile, calcolarne la somma.

**Punteggi.** 1. vale 8/30 - 2. vale 7/30 - 3. vale 7/30 - 4. vale 4/30 - 5. vale 4/30

---