

1. Assegnata la funzione $f(x, y) = \sqrt{x^2 + y^2 - 9}$, si risponda alle seguenti problematiche:

- determinare il dominio D di f e stabilire se è aperto, chiuso, limitato o non limitato, esplicitando ∂D ;
- dire se f è continua e discutere la differenziabilità;
- calcolare $\frac{\partial}{\partial v} f(4, 0)$ nel caso $v = (1, -1)$;
- scrivere l'equazione del piano π tangente alla superficie $z = f(x, y)$ nel punto $(4, 0, f(4, 0))$;
- ricercare gli eventuali punti di estremo relativo ed assoluto;
- facendo uso del punto precedente, dire se f è limitata in D .

2. Assegnata la seguente equazione differenziale

$$y'' + 5y' + 6y = 4 + 2x + e^{3x}, \quad (\heartsuit)$$

- risolvere l'equazione omogenea associata a (\heartsuit) ;
- determinare una soluzione particolare di (\heartsuit) ;
- determinare la soluzione di (\heartsuit) che soddisfa le condizioni $y(0) = 0$, $y'(0) = 1$.

3. Calcolare il seguente integrale

$$\iiint_A \frac{x^2 y z}{x^2 + y^2} dx dy dz,$$

nel caso in cui $A = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : 1 \leq x^2 + y^2 \leq 9, x \geq 0, y \geq 0, 0 \leq z \leq 4\}$.

4. Sia $\omega(x, y) = 2ax \cos y dx + 3x^2 \sin y dy$ una forma differenziale. Affrontare le seguenti problematiche:

- determinare gli eventuali valori di $a \in \mathbb{R}$ per cui w è esatta;
- quando possibile, calcolare un potenziale di ω .

5. Studiare la convergenza della seguente serie di potenze $\sum_{n=0}^{\infty} (x^2 - 2)^n$ e, ove possibile, calcolarne la somma.

Punteggi. 1. vale 8/30 - 2. vale 7/30 - 3. vale 7/30 - 4. vale 4/30 - 5. vale 4/30
