

1. Assegnata la funzione $f(x, y) = e^{x^3 - 2y^3 - 6x^2 + 12y^2}$, si risponda alle seguenti problematiche:

- determinare il dominio D di f e stabilire se è aperto, chiuso, limitato o non limitato, esplicitando ∂D ;
- dire se f è continua e discutere la differenziabilità;
- calcolare $\frac{\partial}{\partial v} f(2, -1)$ nel caso $v = (-1, 1)$;
- scrivere l'equazione del piano π tangente alla superficie $z = f(x, y)$ nel punto $(2, -1, f(2, -1))$;
- ricercare gli eventuali punti di estremo relativo ed assoluto;
- facendo uso del punto precedente, dire se f è limitata in D .

2. Assegnata la seguente equazione differenziale

$$y'' - 4y' + 3y = 3x - e^x, \quad (\heartsuit)$$

- risolvere l'equazione omogenea associata a (\heartsuit) ;
- determinare una soluzione particolare di (\heartsuit) ;
- determinare la soluzione di (\heartsuit) che soddisfa le condizioni $y(0) = 0$, $y'(0) = 1$.

3. Calcolare il seguente integrale

$$\iiint_A \frac{z}{1 + x^2 + y^2} dx dy dz,$$

nel caso in cui $A = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : x^2 + y^2 \leq 4, 1 \leq z \leq 2\}$.

4. Sia $\omega(x, y) = xe^{xy} dx + 2aye^{xy} dy$ una forma differenziale. Affrontare le seguenti problematiche:

- determinare gli eventuali valori di $a \in \mathbb{R}$ per cui w è esatta;
- quando possibile, calcolare un potenziale di ω .

5. Studiare la convergenza della seguente serie di potenze $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{n!} x^n$.

1. Assegnata la funzione $f(x, y) = \arctan(3x^4 - y^3 - 4x^3 + 6y^2)$, si risponda alle seguenti problematiche:

- determinare il dominio D di f e stabilire se è aperto, chiuso, limitato o non limitato, esplicitando ∂D ;
- dire se f è continua e discutere la differenziabilità;
- calcolare $\frac{\partial}{\partial v} f(1, 0)$ nel caso $v = (2, -1)$;
- scrivere l'equazione del piano π tangente alla superficie $z = f(x, y)$ nel punto $(1, 0, f(1, 0))$;
- ricercare gli eventuali punti di estremo relativo ed assoluto;
- facendo uso del punto precedente, dire se f è limitata in D .

2. Assegnata la seguente equazione differenziale

$$y'' - y' - 2y = x - 7 + e^{3x}, \quad (\heartsuit)$$

- risolvere l'equazione omogenea associata a (\heartsuit) ;
- determinare una soluzione particolare di (\heartsuit) ;
- determinare la soluzione di (\heartsuit) che soddisfa le condizioni $y(0) = 0$, $y'(0) = 1$.

3. Calcolare il seguente integrale

$$\iiint_A \frac{z^2}{\sqrt{x^2 + y^2}(1 + x^2 + y^2)} dx dy dz,$$

nel caso in cui $A = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : 1 \leq x^2 + y^2 \leq 3, 1 \leq z \leq 3\}$.

4. Sia $\omega(x, y) = \frac{2x}{1 + x^2 + y^2} dx + \frac{ay}{1 + x^2 + y^2} dy$ una forma differenziale. Affrontare le seguenti problematiche:

- determinare gli eventuali valori di $a \in \mathbb{R}$ per cui w è esatta;
- quando possibile, calcolare un potenziale di ω .

5. Studiare la convergenza della seguente serie di potenze $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n} (x+2)^n$ e calcolarne la somma .