Esercizi distribuzione binomiale

1. A lancia un dado non truccato cinque volte e vince se esce almeno una volta il sei. B lancia un dado non truccato dieci volte e vince se esce almeno due volte il sei. Chi ha maggiore probabilità di vincere?

2. Un sistema installato su un satellite è costituito da quattro componenti e funzione se almeno due di essi sono efficienti. Ciascuno dei componenti, indipendentemente dagli altri, funziona bene con probabilità $0,6$. Qual é la probabilità che il sistema funzioni?
La v.a. che da il numero di componenti funzionanti è una $B\,(4;\,0,6)$ e
$$P(X \geq 2) = 1 - P(X = 0) - P(X = 1) = 1 - (0,4)^4 - 4(0,6)(0,4)^3 \approx 0,82\,.$$

3. Il 20% dei pezzi di una fornitura è difettoso. Qual é la probabilità che in una scatola contenente dieci pezzi ve ne siano da uno a tre difettosi? Qual é la probabilità che in una scatola contenente dodici pezzi ve ne siano da uno a due difettosi? La ditta rimborsa il prezzo della scatola se il 25% dei pezzi in essa sono difettosi. Per minimizzare la probabilità di rimborso conviene fare delle confezioni da dieci o da venti pezzi?
Il numero di pezzi difettosi segue una $B\,(n,\,0,2)$, dove n è il numero di pezzi contenuti in una scatola. Nel primo caso dobbiamo calcolare
$$P(1 \leq X \leq 3) = \ldots$$
Nel secondo caso.....
Per rispondere alla seconda parte basta osservare che il rimborso é previsto se vi sono almeno tre pezzi difettosi nelle scatole da dieci o almeno cinque pezzi difettosi nelle scatole da venti. Dette X e Y le v.a. che danno il numero di pezzi difettosi nelle scatole da 10 e da 20 rispettivamente, si ha
$$P(X \geq 3) = 1 - P(X = 0) - P(X = 1) - P(X = 2) = \ldots ...$$
$$P(Y \geq 5) = ...$$

4. Al giocatore di basket A è attribuita una percentuale di realizzazione di canestri del 60%, e al giocatore B del 40%. A deve effettuare 5 tiri al canestro, e B 3. Supera la prova chi fallisce non più di un canestro. Chi fra i due ha la più alta probabilità di vincere?

Esercizi distribuzione di Poisson

1. La ricezione di telefonate a un centralino nel tempo $[0, 1]$ ha una legge di Poisson con $\lambda = 3$. Qual é la probabilità di ricevere da due a quattro telefonate nell' unità di tempo?

2. Una compagnia assicurativa riceve in media sei richieste di rimborso al giorno, di cui quattro per incidenti di automobili e due per incidenti di moto/scooter. Supponendo che il verificarsi di incidenti di automobili e di

moto siano eventi indipendenti, con quale probabilità in un giorno arrivano dieci richieste di rimborso? Sapendo che in un giorno sono arrivate otto richieste di rimborso, qual é la probabilità che tre di esse siano per incidenti di auto?
Le v.a. Y ed S che danno rispettivamente il numero giornaliero di richieste di rimborso per incidenti di automobili e per incidenti di moto seguono una legge di Poisson $Y \sim Pois(4)$ e $S \sim Pois(2)$. Sapendo che la somma di v.a. di Poisson indipendenti è una v.a. di Poisson avente come parametro la somma dei parametri, possiamo affermare che la v.a. X che dà il numero giornaliero di richieste di rimborso segue una legge di Poisson di parametro 6: $X = Y + S \sim Pois(6)$.

$$P(X = 10) = e^{-6}\frac{6^{10}}{10!} \approx \ldots .$$

$$P(Y = 3|X = 8) = \frac{P(Y = 3, X = 8)}{P(X = 8)} = \frac{P(Y = 3, S = 5)}{P(X = 8)} = \ldots .$$

3. La ricezione casuale di un numero k di telefonate nellintervallo di tempo $[0, 2]$ ha legge di Poisson con parametro $\lambda = 1$. Calcolare la probabilità di ricevere da due a quattro telefonate nell'intervallo di tempo $[0, 2]$.

Esercizi distribuzione geometrica

1. In una produzione di bacchette di alluminio lo $0,4\%$ viene scartata perché difettosa. Se scegliamo delle bacchette a caso, qual é la probabilità che se ne prendano dieci non difettose e che la unidcesima sia difettosa? Qual é la probabilità che le prime cinquanta bacchette siano non difettose?

2. Un segnale é costiutito da una stringa di venti caratteri ciascuna. Durante la trasmissione del segnale si ha una probabilità $p = 0,06$ di inviare un singolo carattere distorto. Qual é la probabilità di ricevere un segnale distorto? Sapendo che i primi tre segnali arrivati sono non distorti, qual é la probabilità che il primo segnale non distorto sia il quinto?
La v.a. che conta il numero di caratteri distorti é una $X \sim B(20; 0,06)$, per cui la probabilità di ricevere un segnale distorto é

$$P(X \geq 1) = 1 - P(X = 0) = \ldots ... .$$

La v.a. che da il primo segnale non distorto segue una $G(q)$, dove q....

Esercizi vari

1. Si sa che la probabilità di errore in ricezione di una sequenza di 150 segnali trasmessi con modalità statisticamente indipendenti è $p = 0.02$. Determinare la probabilità che due dei segnali ricevuti siano errati.

2. Un evento ha una probabilità costante $p = 0,03$ di verificarsi in ogni prova di un certo esperimento. Calcolare la probabilità che esso si verifichi almeno 3 volte su 100 prove indipendenti dellesperimento in questione:
   a) facendone una valutazione esatta;
   b) facendone una valutazione approssimata con l' uso della distribuzione di Poisson.

3. Da una recente indagine risulta che il 60% degli automobilisti guida in città senza allacciare le cinture di sicurezza. Se un agente controlla a caso 15 vetture in circolazione, qual è la probabilità che egli riscontri questa infrazione almeno 11 volte ?

4. Date due variabili aleatorie indipendenti, X e Y, aventi distribuzione di Poisson con parametri rispettivamente 2 e 3, quanto vale la probabilità $P[(X \leq 1) \cap (Y \leq 1)]$? Ed $[E(XY)]$?