Esercizi distribuzione Normale

1. Un test per il Q.I. produce punteggi con distribuzione normale di media 100 e deviazione standard $13,2$. Che intervallo di punteggi raggiunge il 2% della popolazione formato dalle persone col Q.I. più alto?

2. La statura degli uomini adulti in una certa nazione, ha una distribuzione normale con media 175 cm e deviazione standard 7 cm. Qual è la probabilità che un uomo scelto a caso sia alto meno di 163 cm? meno di 188? Tra i 160 e i 180? Aldo è alto 195 cm. Che percentuale della popolazione maschile adulta è più bassa di lui?

3. Supponendo che i voti, in tremntesimi, riportati da 200 studenti nell'esame di Analisi, seguonouna legge normale di media 24 e deviazione standard $1,8$, si determini il numero di studenti promossi e il numero di studenti che hanno riportato un voto tra 28 e 30. Qual è stato il voto più alto tra i 40 peggiori esami?

Esercizi distribuzione Esponenziale

1. Il tempo di attesa di un guasto in un dispositivo ha legge esponenziale con valor medio $\mu = 10$ mesi. Calcolare la probabilità che il guasto si verifichi NON PRIMA di 6 mesi dopo l' ultimo controllo.
   Ricirdare che $\lambda = \frac{1}{\mu}$ e la probabilità richiesta è $P(X \geq 6)$.

2. Un componente elettronico è formato da tre elementi in serie, ciascuno dei quali ha un tempo di vita esponenziale di parametri $\lambda = 0,2$, $\mu = 0,3$, $\nu = 0,1$. Detta T la v.a. tempo di vita del componente, trovare la legge di T e il suo valor medio. ($F'(t) = f(t)$, con F ed f funzioni di ripartizione e densità di probabilità rispettivamente. È più semplice clcolare $F_T(t)$ o $1 - F_T(t)$?).

3. * Un componente elettronico è formato da tre elementi in parallelo, ciascuno dei quali ha un tempo di vita esponenziale di parametri $\lambda = 0,2$, $\mu = 0,3$, $\nu = 0,1$. Detta T la v.a. tempo di vita del componente, trovare la legge di T e il suo valor medio. (In questo caso è più semplice clcolare $F_T(t)$ o $1 - F_T(t)$?).

4. ** Consideriamo il seguente componente elettronico, i cui elementi hanno tempo di vita esponenziale i cui parametri sono indicati in figura.

$$\begin{array}{ccccc} \boxed{0,3} & \searrow & & \nearrow & \boxed{0,2} \\ & & \boxed{0,1} & & \\ \boxed{0,3} & \nearrow & & \searrow & \boxed{0,2} \end{array}$$

   Qual è la legge del componente? Qual è il suo tempo medio di vita?

Esercizi vari su disribuzioni continue

1. Calcolare la funzione di ripartizione di una variabile casuale uniformemente distribuita nell' intervallo $[0,3]$ ($f(x) = 0$ se $x \notin [0,3]$, $f(x) = \ldots$ se $x \in [0,3]$).

2. Data la funzione
$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{3} c x \cos x & \text{se } x \in \left[0, \frac{\pi}{3}\right] \\ 0 & \text{se } x < 0,\ x > \frac{\pi}{3}\,, \end{cases}$$
determinare $c \in R$ in modo che $f(x)$ risulti la densità di probabilità di una variabile aleatoria X e calcolare la probabilità dell' evento $E = \{X \leq \frac{\pi}{4}\}$.

3. * Un componente elettronico è costituito da due elementi A e B collegati in parallelo. La durata di A segue una legge uniforme su $[0,1]$, quella di B una legge esponenziale di parametro $\lambda = 2$. Si determini la legge della durata del componente e il velore atteso della durata.
Suggerimento: Il componente funziona fintanto che almeno uno dei due elementi funziona. Possiamo supporre che il funzionamento di uno dei due elementi sia indipendente dal funzionmento dell'altro. Siano X e Y le v.a. che descrivono la durata di A e B rispettivamnente. Detta F la funzione di ripartizione della v.a. che da la durata durata del componente, si ha
$$F(t) = P(\max(X, Y) \leq t) = P(X \leq t, Y \leq t) = ...$$
Nota F, possiamo ricavare $f(t) = F'(t)$.

4. ** Un componente elettronico è costituito da due elementi A e B collegati in serie. La durata di A segue una legge uniforme su $[0,1]$, quella di B una legge esponenziale di parametro $\lambda = 2$. Si determini la legge della durata del componente e il velore atteso della durata.
Suggerimento: conviene considerare $F(t)$ o $1 - F(t) = P(\text{componente duri oltre il tempo } t)$?