Calcolare la trasformata di Laplace del prodotto di convoluzione delle seguenti funzioni:

$a)$ $f(t) = g(t) = H(t)$ $\quad$ $b)$ $f(t) = H(t), g(t) = e^t$
$c)$ $f(t) = \cos t, g(t) = e^{-t}$ $\quad$ $d)$ $f(t) = H(t-1), g(t) = H(t-2)$
$e)$ $f(t) = \sinh\left(\frac{3t}{4}\right), g(t) = \cos 2t$ $\quad$ $f)$ $f(t) = g(t) = H(t) - H(t-1)$
$g)$ $f(t) = g(t) = e^t$ $\quad$ $h) f(t) = g(t) = \sin t$ $\quad$ $i) f(t) = g(t) = \cos t.$
$l)$ $f(t) = \sqrt{t}, g(t) = e^t$ $\quad$ $m) f(t) = t^{\frac{3}{5}}, g(t) = \sin t$ $\quad$ $n) f(t) = t^{-\frac{3}{4}} = g(t) = \cos t.$

Calcolare le trasformate ai punti $h)$ e $i)$ facendo uso della definizione del prodotto di convoluzione.

Siano $a, b \in R$, $0 \le a < b$. Definiamo la funzione $\chi_{[a,b]} : [0, +\infty[\to R$, $\chi_{[a,b]} = \begin{matrix} 1 & se\ t \in [a,b] \\ 0 & altrimenti \end{matrix}$.

Determinare l'ascissa di convergenza e calcolare la trasformata di Laplace della funzione $\chi_{[a,b]}$.

Calcolare la trasformata di Laplace del prodotto di convoluzione delle seguenti funzioni:

$o)$ $f(t) = t, g(t) = \chi_{[0,1]}$ $\quad$ $p)$ $f(t) = g(t) = \chi_{[0,1]}$
$q)$ $f(t) = e^{-3t}, g(t) = \chi_{[0,3]}$ $\quad$ $r)$ $f(t) = \sinh t, g(t) = H(t-1), h(t) = \cos 3t$
$s)$ $f(t) = \cosh 4t g(t) = H(t-2), h(t) = \chi_{[0,6]}$
$t)$ $f(t) = t^{\frac{3}{2}} g(t) = H(t-2), h(t) = \chi_{[0,6]}$