

Ingegneria dell'Informazione
Compito di Calcolo delle Probabilità
12 Giugno 2017
Durata della prova: 2 ore e trenta minuti

QUESITO TEORICO

Enunciare il Teorema centrale del limite. Presentare la variabile aleatoria gaussiana, calcolarne valor medio e varianza e descrivere il legame con la variabile aleatoria gaussiana standardizzata.

Esercizio 1

Si consideri la funzione:

$$f(x) = \begin{cases} \frac{k}{x^2} & \text{se } 1 \leq x \leq 3 \\ 0 & \text{altrove} \end{cases}$$

- a) Determinare k affinché f risulti la densità di probabilità di una variabile aleatoria assolutamente continua X .
- b) Calcolare valor medio, varianza di X e $P(X < 2.5)$.

Esercizio 2

Un gruppo di amici decide di partecipare ad una gara di corsa. Il 30% di loro è fuori allenamento. Coloro che non sono allenati hanno una probabilità di raggiungere il traguardo pari al 60%, mentre quelli allenati hanno una probabilità di raggiungere il traguardo pari al 95%.

- a) Qual è la probabilità che un corridore scelto a caso nel gruppo di amici raggiunga il traguardo?
- b) Sapendo che un corridore ha raggiunto il traguardo, qual è la probabilità che appartenga al gruppo degli amici allenati?

Esercizio 3

Da un'urna contenente tre palline numerate da 1 a 3 vengono estratte due palline senza reimmissione (cioè la prima estratta non viene rimessa nell'urna). Sia (X, Y) la variabile casuale doppia così definita:

X : il numero della prima pallina estratta;
 Y : il più grande dei due numeri estratti.

Con riferimento alla variabile aleatoria doppia (X, Y)

- (a) indicare lo spazio campione relativo all'esperimento;
- (b) indicare i possibili valori della v.a. doppia (X, Y) ;
- (c) determinare le densità di probabilità marginali;
- (d) determinare la covarianza di X e Y ;
- (e) X e Y sono indipendenti?