1) Un condensatore a facce piane parallele di area $A_1 = 8 \cdot 10^{-4}\ m^2$ separate da una distanza $d_1 = 1.77 \cdot 10^{-3}\ m$ viene caricato a una differenza di potenziale $V_{1,in} = 10V$ e quindi isolato.

a) Calcolare la capacità C_1 del condensatore, la carica $q_{1,in}$ presente sulle sue armature e l'energia elettrostatica $U_{1,in}$.

Il condensatore viene connesso in parallelo con un altro condensatore a facce piane parallele di area $A_2 = 6 \cdot 10^{-4}\ m^2$ separate da una distanza $d_2 = 0.885 \cdot 10^{-3}\ m$, inizialmente scarico.

A seguito del collegamento una parte della carica $q_{1,in}$ presente sulle armature del primo condensatore si trasferisce sulle armature del secondo condensatore

b) Calcolare le cariche finali $q_{1,fin}$ e $q_{2,fin}$ sui due condensatori.

c) Calcolare i potenziali finali $V_{1,fin}$ e $V_{2,fin}$.

d) Calcolare l'energia elettrostatica finale $U_{1,fin}$ e $U_{2,fin}$ di ciascuno dei due condensatori e confrontare l'energia totale finale $U_{tot,fin}$ con quella iniziale.

$A_1 = 8 \cdot 10^{-4}\ m^2 \qquad d_1 = 1.77 \cdot 10^{-3}\ m \qquad V_{1,in} = 10V$

$A_2 = 6 \cdot 10^{-4}\ m^2 \qquad d_2 = 0.885 \cdot 10^{-3}\ m$

a) $$C_1 = \varepsilon_0 \frac{A_1}{d_1} = 8.85 \cdot 10^{-12} \frac{8\ 10^{-4}}{1.77 \cdot 10^{-3}} = 4 \cdot 10^{-12}\ F$$

$$q_{1,in} = C_1 V_{1,in} = 40 \cdot 10^{-12}\ C$$

$$U_{1,in} = \frac{1}{2} C_1 V_{1,in}^2 = \frac{1}{2}\, 4 \cdot 10^{-12}\ 10^2$$

$$= 2 \cdot 10^{-10}\ J$$

b) $$C_2 = \varepsilon_0 \frac{A_2}{d_2} = 8.85 \cdot 10^{-12} \frac{6 \cdot 10^{-4}}{0.885\ 10^{-3}} = 6 \cdot 10^{-12}\ F$$

$$\begin{cases} q_{1,fin} + q_{2,fin} = q_{1,in} \\ V_{1,fin} = V_{2,fin} \end{cases} \qquad \begin{cases} q_{1,fin} + q_{2,fin} = 40 \cdot 10^{-12} \\ \dfrac{q_{1,fin}}{C_1} = \dfrac{q_{2,fin}}{C_2} \end{cases}$$

$$q_{2,fin} = \frac{C_2}{C_1} q_{1,fin} = \frac{6 \cdot 10^{-12}}{4 \cdot 10^{-12}} q_{1,fin} = \frac{3}{2} q_{1,fin}$$

$$\begin{cases} q_{1,fin} + q_{2,fin} = 40 \cdot 10^{-12} \\ q_{2,fin} = \frac{3}{2} q_{1,fin} \end{cases}$$

$$\frac{5}{2} q_{1,fin} = 40 \cdot 10^{-12} \implies q_{1,fin} = 16 \cdot 10^{-12}\ C$$

$$q_{2,fin} = \frac{3}{2} q_{1,fin} = \frac{3}{2} \cdot 16 \cdot 10^{-12}\ C = 24 \cdot 10^{-12}\ C$$

c) $$V_{1,fin} = \frac{q_{1,fin}}{C_1} = \frac{16 \cdot 10^{-12}}{4 \cdot 10^{-12}} = 4\ V$$

$$V_{2,fin} = \frac{q_{2,fin}}{C_2} = \frac{24 \cdot 10^{-12}}{6 \cdot 10^{-12}} = 4\ V$$

come ovvio essendo connessi in parallelo

d) $$U_{1,fin} = \frac{1}{2} C_1 V_{1,fin}^2 = \frac{1}{2} 4 \cdot 10^{-12}\, 16 = 32 \cdot 10^{-12}\ J$$

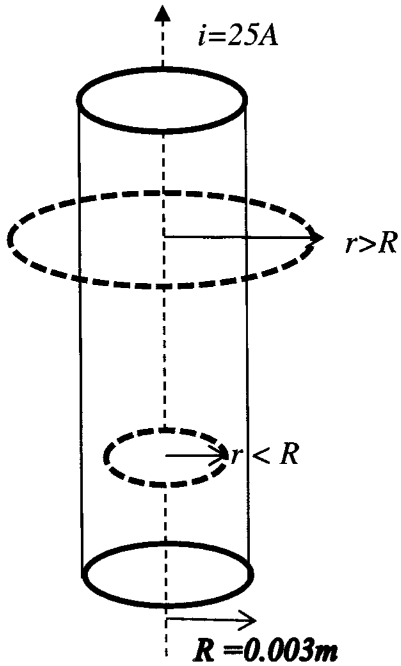
$$U_{2,fin} = \frac{1}{2} C_2 V_{2,fin}^2 = \frac{1}{2} 6 \cdot 10^{-12}\, 16 = 48 \cdot 10^{-12}\ J$$

$$U_{TOT,finale} = U_{1,fin} + U_{2,fin} = 80 \cdot 10^{-12}\ J$$

$$U_{TOT,in} = U_{1,in} = 200 \cdot 10^{-12}\ J$$

$$U_{TOT,fin} < U_{TOT,in}$$

2) Un lungo filo rettilineo di raggio $R=0.003m$ è percorso da una corrente $i=25A$.
a) Calcolare la densità di corrente j nel filo.
b) Applicando il teorema di Ampere ai percorsi circolari tratteggiati mostrati in figura di raggi $r<R$ e $r>R$, determinare l'intensità del campo magnetico B per punti interni al filo ($r<R$), per punti esterni ($r>R$) e sulla superficie del filo ($r=R$), rappresentando graficamente l'andamento $B(r)$.
c) Trovare a quali distanze r_1 ed r_2 dall'asse del filo l'intensità del campo B è pari a metà del valore che il campo B assume sulla superficie (cioè per $r=R$).



$R = 0.003\,m \quad ; \quad i = 25\,A$

a) $j = \dfrac{i}{\pi R^2} = \dfrac{25}{\pi (3\cdot 10^{-3})^2} = 8.842\ 10^5 \dfrac{A}{m^2}$

b) $\oint \vec{B}\cdot d\vec{s} = \mu_0\, i_{conc}$

per r<R $\quad B\, 2\cancel{\pi}\cancel{r} = \mu_0\, j\,\cancel{\pi} r^{\cancel{2}}$

$$B = \frac{1}{2}\mu_0 \frac{i}{\pi R^2}\, r = \frac{\mu_0 i}{2\pi R^2}\, r$$

per $r > R$ $\qquad B \cdot 2\pi r = \mu_0 i$

$$B = \frac{\mu_0 i}{2\pi r}$$

per $r = R$ $\qquad B(r=R) = \dfrac{\mu_0 i}{2\pi R} = B_{superficie}$

c) $\quad B(r) = \dfrac{1}{2} B_{superficie}$

usando la formula ricavata per $r < R$ si ha

$$\frac{\cancel{\mu_0} \cancel{i}}{\cancel{2\pi} R^{\cancel{2}}} r = \frac{1}{2} \frac{\cancel{\mu_0} \cancel{i}}{\cancel{2\pi} \cancel{R}}$$

$$r_1 = \frac{1}{2} R$$

usando invece la formula ricavata per $r > R$ si ha

$$\frac{\cancel{\mu_0} \cancel{i}}{\cancel{2\pi} r} = \frac{1}{2} \frac{\cancel{\mu_0} \cancel{i}}{\cancel{2\pi} R}$$

$$r = 2R$$