

Ingegneria dell'Informazione
Compito di Calcolo delle Probabilità
10 Gennaio 2020

Durata della prova: 2 ore e trenta minuti

QUESITO TEORICO

Enunciare il Teorema del limite centrale. Presentare la variabile aleatoria gaussiana, calcolarne valor medio e varianza e descrivere il legame con la variabile aleatoria gaussiana standardizzata.

Esercizio 1

Sia X la variabile casuale che può assumere i valori $0, 1, 2, 3, 4, 5$ e siano

$$P(X=1)=0.45; P(X=2)= 0.24, P(X=3)=0.12, P(X=4)=0.09, P(X=5)=0.05.$$

- a) Calcolare $P(X=0)$.
- b) Calcolare $P(X \geq 2)$.
- c) Calcolare valor medio e varianza di X .

Esercizio 2

Una ditta che fabbrica bottiglie suddivide, in maniera uguale, il lavoro fra tre succursali.

La probabilità di produrre bottiglie difettose nella succursale A è pari a 0.02, nella succursale B è pari 0.015; nella succursale C è pari 0.022.

Calcolare la probabilità che:

- 1) scegliendo a caso una delle 3 succursali ed una bottiglia prodotta da essa, questa bottiglia risulti buona;
- 2) scegliendo a caso una bottiglia della ditta e constatato che è difettosa, essa sia stata prodotta dalla succursale A.

Esercizio 3

Data la funzione

$$f(x, y) = \begin{cases} c(x + y^2) & \text{se } 1 \leq x \leq 2, 1 \leq y \leq 2 \\ 0 & \text{altrove,} \end{cases}$$

determinare c affinché $f(x, y)$ risulti una densità di probabilità.

Con il valore di c determinato, siano X e Y due variabili aleatorie con densità di probabilità congiunta $f(x, y)$.

- a) Calcolare le densità di probabilità marginali $f_X(x)$ e $f_Y(y)$ delle variabili aleatorie X e Y .
- b) X e Y sono indipendenti?
- c) Calcolare la probabilità $P(X \leq 1.5)$.